

电火箭星际航行：技术进展、轨道设计与综合优化^{1),2)}

高 扬³⁾

(中国科学院空间科学与应用总体部, 北京 100094)

摘要 早在 1963 年, 钱学森先生在他出版的专著《星际航行概论》中阐述了星际航行研究的重要性以及电火箭技术在星际航行中的应用前景. 与传统化学推进相比, 高比冲电火箭或电推进技术有望为星际航行任务承载更多有效载荷以及实现更佳航行性能. 与此同时, 与电火箭技术应用相关的连续推力轨道分析与优化设计为航天轨道力学注入了新的研究内容, 并指导着电火箭星际航行的未来发展. 该文将依次介绍电火箭技术进展、连续推力轨道设计以及电火箭星际航行的综合优化问题, 力图描述电火箭应用于星际航行的基本内容与实现途径以及应用于载人深空飞行的设想.

关键词 电火箭, 电推进, 星际航行, 连续推力, 轨道设计, 综合优化, 载人深空飞行

中图分类号: V42 **文献标识码:** A **文章编号:** 0459-1879(2011)06-0991-29

引 言

1963 年, 钱学森先生出版了专著《星际航行概论》^[1]. 他在该书序言中写道: “写这本书是为了全面地介绍星际航行技术, 而主要的对象是近代力学工作者. 著者试图达到两个目的: 第一, 想说明实现星际航行的各个技术问题, 从而一方面使投入到这些单个问题作研究的科学技术工作者能了解每一个问题在全部工作中的意义; 而另一方面也是要说明星际航行技术的高度综合性, 它几乎包括了所有现代科学技术的最新成就, 像近代力学、原子能、特种材料、高能燃料、无线电电子学、计算技术、自动控制理论、精密机械、太空医学等. 星际航行的更进一步发展不但将对上述这些科学技术提出新的、更高的要求, 而且还会对另外一些直到现在还未发生联系的学科, 象植物学、动物学、生物物理、生态学、遗传学、地质学等提出研究课题, 使这些学科也得到以前未有的推动力, 并向新的方向发展. 一句话, 星际航行是组织和促进现代科学技术的力量; 星际航行可以广泛地带动各门科学前进.”

在《星际航行概论》中, 钱学森先生专门提及电火箭应用于星际航行的设想: “电火箭发动机是一种高比冲的火箭发动机, 但由于它的动力机械所

占的重量很大, 推力受到限制, 因此它适合于作小推力的发动机. 由于它可能承载比其他火箭更多的有效载荷, 所以电火箭发动机的实现, 对于星际航行有很大的作用.” 实际上, 钱学森先生早在 1953 年就研究了连续推力航天器从近地轨道逃逸地球引力场的问题, 对于推力沿当地水平方向和径向的轨道演化问题给出了分析结果^[2], 他将该问题称为“从卫星轨道起飞”, 以区别于从地面发射火箭逃逸地球引力场的方式. 他还在书中指出: “用低推力时, 我们难于分清脱离地球卫星轨道的加速度段、行星际飞行段以及到达星球附近的飞行段, 三段都相互连接起来了. 整个轨道的计算比较大推力的轨道的计算要复杂, 它本身还是一个在研究中的问题.”

在 21 世纪的今天回顾历史, 我们这一代人“震惊”地发现, 自 20 世纪 50 年代起, 钱学森先生就已经开始关注人类星际航行事业, 并指出了星际航行研究的重要性以及对其它学科发展的带动作用. 与此同时, 钱学森先生预言电火箭应用于星际航行有望承载更多有效载荷, 并指出星际航行连续低推力飞行轨道比大推力轨道的计算要复杂. 钱学森先生当年的设想如今已部分成为现实, 电火箭技术在 20 世纪末开始应用于星际航行, 并在新世纪展示出鼓舞人心的应用前景. 他提出的连续低推力飞行航

本文于 2011-11-11 收到.

1) 国家自然科学基金 (10603005) 和王宽诚教育基金资助项目.

2) 谨以本文纪念钱学森先生诞辰 100 周年.

3) 高扬, 2009 年首届全国深空轨道设计竞赛冠军, 2008 年首届中国科学院卢嘉锡青年人才奖获得者. E-mail: gaoy@aoe.ac.cn

道的计算问题也成为近 20 年来航天领域的热点研究问题,并在后人的努力中逐步得到解决.

本文力图较全面地介绍电火箭星际航行的基本内容与实现途径.首先,回顾了火箭技术基本原理以及电火箭技术与电火箭航天器的发展;然后,介绍了连续推力星际航行飞行轨道的基本模型以及轨道优化设计的主要方法;最后,考虑实际的电火箭技术参数,通过两个例子描述如何对电火箭星际航行进行综合优化,并简述了电火箭应用于载人深空飞行的设想.在目前的研究与工程实践中,电火箭也称为电推进、等离子推进,电推进发动机产生的推力往往称为低推力(low thrust)、小推力、连续推力(continuous thrust).星际航行也称为行星际或深空飞行.在本文后续内容中,由于这些称谓表达相同的意思因而可以相互替代,不再区分它们之间的差别.另外,本文内容涉及多方面的研究工作,由于近 20 年来与电火箭星际航行相关的研究论文已经非常多,本文仅列出了部分具有代表性的参考文献.

1 空间电推进技术及其应用进展

1.1 火箭方程和空间推进技术概述

齐奥尔科夫斯基建立的理想火箭方程描述了一类依靠“喷气反推”获得速度的推进方式,方程给出了推进工质消耗量和航天器获得速度之间的关系.如图 1 所示,若航天器初始质量和初始速度为 m_0 和 v_0 ,在某一瞬时以相对出射速度 v_c ¹⁾ 向外喷出质量为 Δm 的工质,那么根据 m_0 和 Δm 可以计算出航天器获得的速度 Δv ,或根据 m_0 和 Δv 可以计算出 Δm .基于这个原理,航天器不断地向外喷出工质,则可以不断地获得速度增量从而受到连续推力.理想火箭方程的物理原理非常简单,即牛顿力学的动量守恒定律,这是一个如此朴素的方程,但却影响深远,人类在它的指引下开始了航天飞行.实际上,运载火箭和传统航天器都属于“喷气反推”的飞行器,与依靠外部动量的推进方式(例如利用太阳光压、利用天体磁场等方式)、主要利用外部工质的推进方式(如喷气式飞机的吸气增压喷气)以及利用初始脉冲的弹道飞行方式(如炮弹、弹道导弹)有本质的区别.基于目前的认识,可以说,人类航天依靠的是“喷气反推”获得速度的火箭技术,而不是飞机和大炮.依靠外部动量的推进方式虽然可能无需消耗推进工质,但只能成为有限空间范围内的辅助推进手段.学者们在无工质推进方面也做了大量

的研究工作,例如太阳帆飞船^[3]、绳系卫星^[4]、带磁及带电卫星^[5-7]等.太阳帆在离太阳很远的空间受到的控制力很小,绳系卫星和带电卫星只能在行星磁场中受力,带磁卫星可在太阳风中受到背离太阳方向的推力.这些推进方式的控制力幅度和方向一般都有约束,由于推力无法任意定向且受力空间范围有限,因而难以完全替代“喷气反推”的火箭技术.

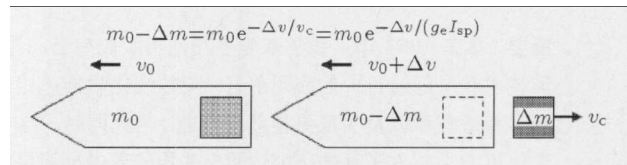


图 1 理想火箭方程示意图

Fig.1 Illustration of ideal rocket equation

有了理想火箭方程的指导,如何实现“喷气反推”则成为航天飞行最重要的技术之一.空间推进技术发展至今,按照不同推进机制和推进工质,主要可以分为冷气推进(cold-gas propulsion)、化学推进(chemical propulsion)以及电推进(electric propulsion)³ 3 大类.对于不同的推进方式,如果航天器获得相同的速度(图 1 中的 Δv),比冲 I_{sp} 值越高则消耗的工质越少.追求高比冲始终是空间推进技术的一个重要目标.

冷气推进的工作原理是推进工质(例如液态氨)受热受压膨胀向外喷出产生反推力,推进过程一般不涉及化学反应,通过控制温度和工质管路的开关可以实现推力的开关切换.这种推进方式比冲低,所能产生的推力也不大,一般用于重量轻、轨控冲量需求低的小卫星.虽然性能上稍有欠缺,但是冷气推进技术成熟、可靠性好、研制成本低,是早期卫星常用的推进方案,而且至今仍在应用.

化学推进主要是通过推进工质的化学反应释放能量并将工质喷出产生反推力.按照工质的物态,化学推进主要有两类:固体推进和液体推进.固体推进推力大,比冲在 200~300 s 之间,一般用于火箭的助推器和航天器的大冲量变轨.固体推进容易集成,但推力误差较大,目前不适合具有高精度需求的轨道机动.固体推进一般是一次性的,无法重新启动,因此也限制在火箭第一级推进或航天器初变轨.液体推进有单组元(liquid monopropellant)和双组元(liquid bipropellant)两种方式.单组元方式将化学推进剂(如肼、过氧化氢,也可为混合物)存储在一个储罐中,在常温常压下可以保持稳定,而在

1) v_c 为推进工质瞬时相对出射速度 ($v_c = g_e I_{sp}$), g_e 为地球海平面的重力加速度 (9.8 m/s^2), I_{sp} 为推进比冲 (单位为 s).

使用条件(如加热、加压、催化)下可以迅速分解从而产生推力。双组元方式将分别存储的液体燃料和液体氧化剂按比例进行混合后通过化学反应产生推力。双组元液体推进在技术上比单组元显得更加复杂,造价也高,但是可以提高推进比冲,目前最好的双组元化学火箭(低温氢氧发动机)的比冲可以达到 450 s。技术成熟的液体推进是目前应用最为广泛的空间推进技术。

电推进技术的工作原理是将推进工质电离形成等离子体,利用等离子体自身能量或外加电磁场将带电离子加速喷出产生反推力。图 2 给出了电推进(以太阳能氙离子电推进为例)和化学推进(以氢氧燃料为例)的比较示意图。

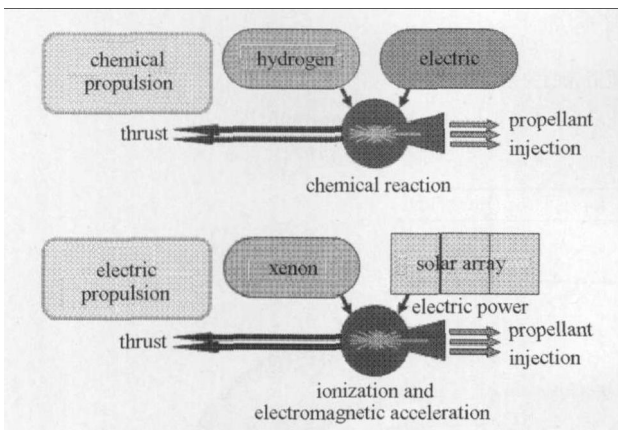


图 2 化学推进和电推进的比较示意图

Fig.2 Comparison of chemical propulsion and electric propulsion

电推进技术采用电能作为输入设法实现工质电离与加速带电离子,电能主要来自太阳能和核能。一般来说,带电离子的喷射速度可以远高于化学推进方式,因此可以实现很高的比冲。按照电推进技术目前发展现状,电推进比化学推进的比冲可以高出一个量级。电推进发动机可以长时间持续工作,开关机基本不受限制,目前实际应用的电推进器产生的推力较小,一般在几十到几百毫牛顿量级,因此被称为连续小推力(航天器化学推进的推力在牛顿到几百牛顿的量级)。实际上,随着高效太阳能技术以及空间核电技术的不断发展,电推进的推力和比冲还将不断增加,推力可以达到牛顿量级甚至更高,比冲可以达到上万秒的水平。电推进高比冲和长时间工作的特性可以大大减少推进工质的质量,对于航天飞行总冲量需求大的任务,如频繁变轨和长期轨道保持、探月、深空探测、载人航天,电推进

被认为是极有前途的推进方式,已经成为各个航天大国重点发展的技术。

实际上,早在 100 年前,齐奥尔科夫斯基和戈达德等就提出了利用电能产生并加速带电离子以获得高喷射速度的概念,电推进技术从概念的提出到实际应用整整经历了一个世纪。在 20 世纪内,由于成熟可靠的化学推进广泛应用于人造地球卫星,电推进技术作为主推进的应用并无太多用武之地。由于电推进推力相对较小而导致变轨时间较长,人们更希望依靠化学推进快速完成变轨。然而,随着人类不断提出飞得更远的需求(尤其是深空探测),化学推进航天器需要携带的推进工质越来越重,严重制约了航天活动的技术合理性和经济性,同时,地球轨道空间航天活动对大冲量变轨需求也在不断增加。在这种情况下,电推进技术得到了重视并快速发展起来。另外,诸如编队飞行(formation flying)、无拖曳航天器(drag-free spacecraft)等新技术不仅需要长期频繁的调整轨道,而且提出了轨道控制精度的需求。与化学推进相比,除了比冲高的特点,电推进技术更加容易实现推力小、推力精确、推力可调等方面的优势,在空间新技术发展方面也展现出广泛的应用前景。

按照图 1 所示的理想火箭方程,在推进工质消耗方面,可以将化学推进和电推进做一个对比。图 3 中的曲线反映了比冲和工质消耗的关系。以总冲量 5000 m/s 为例(暂不考虑实际的变轨策略),比冲为 200~300 s 的化学推进需要消耗约 80% 的初始质量,而比冲为 3000 s 的电推进仅消耗约 20% 的初始质量。由于工质消耗和比冲的关系遵循指数形式,比冲从百秒到千秒量级的提高对工质消耗的影响最为显著。非常巧合的是,化学推进和电推进的比冲恰好对应百秒和千秒量级。

当然,与可产生上百牛顿推力的化学推进相比,目前的电推进技术所产生的推力较小,一般只有几十到几百毫牛顿量级,因此需要比化学推进花费更长的时间才能完成变轨。图 4 定性给出了基于大推力和小推力的 GTO-GEO¹⁾ 转移轨道(图中 R_e 表示地球半径)。对于化学推进,只需在 GTO 远地点施加短时推力即可转移到 GEO 轨道;对于电推进,可能需要经过若干圈轨道才能从 GTO 转移到 GEO 轨道。在地球轨道空间,电推进航天器变轨时间较化学推进长很多,但对于星际探测器来说,电推进有可能既节省工质,也不会比化学推进消耗过多的时间。

1) GTO: 地球同步转移轨道,假设倾角 27°,近地点 180 km,远地点在赤道面上的大椭圆轨道; GEO: 地球同步轨道,赤道上空的圆轨道。

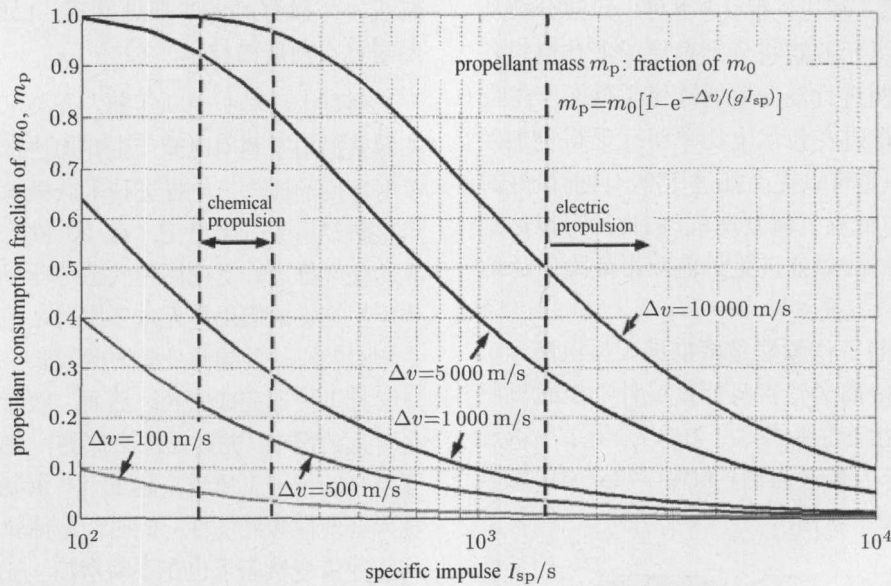


图 3 比冲与推进工质消耗的关系

Fig.3 The relationship between specific impulse and propellant consumption

Case	I_{sp}/s	Initial mass/kg	Propellant/kg
(a)	300	450	206
(b)	3300	450	35

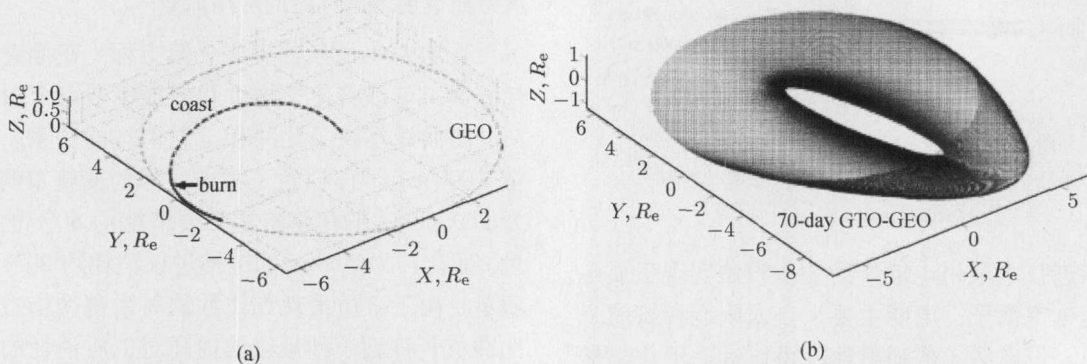


图 4 大推力 (a) 和小推力 (b) 的 GTO-GEO 转移轨道

Fig.4 The GTO-GEO transfer trajectories with high (a) and low thrust (b)

1.2 空间电推进技术概述

1.2.1 电推进技术基本分类

空间电推进技术的种类多种多样, 本文将其分为 4 种类型: 电热式 (electrothermal)、电磁式 (electromagnetic)、静电式 (electrostatic)、混合式。电热式有电阻加热、电弧加热、微波加热等形式; 电磁式有脉冲等离子推进 (pulsed plasma propulsion, PPT) 和磁等离子推进 (magnetoplasmadynamic, MPD); 静电式主要包括场效应推进 (field effect electrostatic propulsion, FEEP)、胶体推进 (colloid thrusters)、离子推进 (ion thruster) 等形式。另外, 还有一些兼顾不同方

式的技术, 这里称为混合式, 如霍尔效应推进 (静电和电磁方式的结合) 和可变比冲磁等离子火箭 (电热和电磁的结合)。电推进技术的种类并没有非常严格的划分, 上述提到的也只是一个大致的分类情况。电磁式、静电式及混合式电推进技术的内容主要包括两点: 其一是如何实现工质电离, 其二是如何使电离后的等离子体获得能量向外喷射。

1.2.1.1 电热式

电热式主要有电阻加热、电弧加热、微波加热等形式。电阻加热是利用电阻加热器对气体工质加热使其膨胀然后经过喷嘴喷出, 电阻加热难以将气体工质

加热到比 3000 K 更高的温度；电弧加热则通过电弧放电加热气体工质，温度可以达到 10 000~20 000 K，因此气体工质获得了比电阻加热更高的能量；微波加热则是通过振荡的电磁场加热工质，类似微波炉加热。早期电热式电推进实际上是一种化学推进的增强形式，是将推进剂分解后的气体利用电能进一步膨胀和加速，通过电能所转化出能量可将加热前的 200~300 s 比冲提高到 500~600 s。早期电热式电推进实际上并不是严格意义上的电推进技术，没有包含明显的工质电离和电磁场加速等离子体的技术环节，虽然也被归入电推进技术，但已经不是未来发展的主流。

1.2.1.2 电磁式

电磁式主要利用电能电离工质并产生磁场，带电工质在磁场中加速喷出。PPT 利用电容存储的电能对一小块工质进行脉冲放电（例如特氟隆），峰值电流可以很高，被电离的工质在脉冲放电产生的感应磁场中受到洛仑兹力加速喷出，PPT 推力较小，可以用于位置保持和精确指向控制等任务。MPD 产生一个径向（垂直于推力轴向）大电流将工质电离，同时形成环形磁场，被电离的工质在磁场中受到洛仑兹力而加速，随着输入功率的增大，推力可以不断增大。

1.2.1.3 静电式

静电式的原理是利用静电场来电离工质并加速带电工质。FEEP 利用电场电离工质并加速，工质一般采用液态金属（如铯 Cesium），推进比冲高，但推力较小。胶体推进器的工质是非金属导体，其工作原理与 FEEP 类似。离子推进器的电离和加速功能分开执行，首先将工质在一个磁场室中电离，电离可采用电场、微波、电子轰击等方法，在磁场室出口安置间距在毫米量级的两极板用于产生静电场，带电正离子通过该静电场被加速喷出，电子通过阴极放电中和出射的正电离子。

1.2.1.4 混合式

霍尔效应推进器（Hall effect thruster）是目前一种技术较为成熟的推进系统，它兼具电磁式或静电式的特点。带电离子在电场中加速，电场是由等离子体与磁场的相互作用产生的，而非离子推进器采用的两个极板。工质采用大原子量的惰性气体（如氙、氩）。在众多的电推进技术种类中，霍尔效应推进器是受到包括美国、俄罗斯、欧洲等多国重点研究的技术，而且已经应用于众多的地球同步轨道航天器。可变比冲磁等离子火箭^[8]（variable specific im-

pulse magnetoplasma rocket, VASIMR）代表了大功率大推力可变比冲的电推进发展方向，兼顾大推力和高比冲的特点，可在二者之间进行调节以适应用途更为广泛的轨道控制策略。VASIMR 利用微波电离工质并对带电工质进行加热，不需要考虑电极的损耗问题，具有电热式和电磁式的特点，其目标是利用兆瓦级甚至更高的输入电能产生高达上百牛顿的推力，比冲可达上万秒的水平。显然，VASIMR 面向大规模无人探测器和载人深空飞行。

关于电推进技术，本节仅做了简单的介绍，只是列举了一些技术类型。表 1 是几种不同类型电推进技术的典型性能参数（没有列举所有类型）。关于电推进技术的详细内容，读者可以参考电推进技术的专著^[9-10]。另外，文献[11]介绍了 20 世纪上半叶电推进技术的起源和发展史。

表 1 不同类型电推进的典型参数

Table 1 Typical specification of different types of electric propulsion

Classification	Propellant	Power/kW	Specific impulse/s	Thrust/mN
electro-thermal	hydrazine	0.1~1	300~600	100~1000
Hall effect	xenon, kryton	1~10	> 1500	10~100
ion	xenon	1~10	> 2000	10~100
FEEP	liquid Cesium	0.1~1	> 5000	< 1
VASIMR	xenon	10~1000	> 5000	1~100000

1.2.2 电推进系统组成简介

如图 5 所示，以离子或霍尔推进技术为例，整个电推进系统的主要组成部分包括电推进器、功率

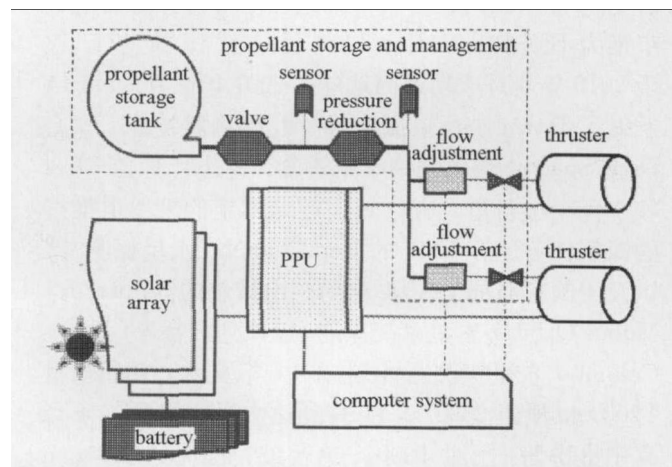


图 5 电推进系统组成原理示意图

Fig.5 Illustration of the configuration for electric propulsion system

处理单元 (power processor unit, PPU) 以及工质存储与供给系统. 此外, 卫星平台的计算机系统和太阳能电池阵与蓄电池功能单元用于支持电推进系统工作. 工质气体 (如氙气) 一般采用高压存储, 储箱内工质密度可达到水密度水平甚至更高, 供给系统主要包括阀门、减压和流量调节等装置, 按照电推进器的需求平稳输送工质; PPU 通过处理太阳能电池阵或蓄电池的电能为电推进器提供所需电能, 用于电离工质和加速等离子体. 推进系统中需要的测量与控制一般需要星载计算机的参与. 可配置的推力器台数依据 PPU 的功率处理能力而定.

1.3 电推进技术的应用与发展趋势

自 20 世纪六七十年代起, 电推进技术开始应用于地球同步轨道卫星的位置保持并一直沿用至今, 装备电推进器的地球同步轨道通信卫星在轨寿命一般都在 15 a 以上. 直到 1998 年, 美国的 Deep Space 1 探测器发射升空, 依次飞越了小行星 Braille 和彗星 Borrelly, 这次深空飞行^[12]第 1 次验证了电推进作为主推进的实际应用. Deep Space 1 配备了离子推进器, 其输入功率在 500~2 300 W 之间, 对应的最大与最小推力约为 90 mN 与 20 mN, 比冲在 2 000~3 100 s 之间, 开机工作时间长达 678 d(16 272 h). 直到 5 a 后, 欧洲航天局 ESA 于 2003 年发射了第 2 颗电推进航天器, 即 SMART-1 月球探测飞船^[13], 同样成功地演示了作为主推进的电推进技术. SMART-1 配备了霍尔效应推进器, 其输入功率约 1 500 W, 推力约 70 mN, 比冲在 1 600 s 左右. 同年, 日本发射了 Hayabusa 小行星采样返回探测器^[14]. Hayabusa 装备了 4 台微波回旋等离子推进器, 每台推力器的最小推力不到 10 mN. Hayabusa 经过了 7 a 的飞行, 已于 2010 年 6 月成功返回地球. 2007 年 9 月, NASA 发射了 Dawn 小行星探测器^[15], 探测器装备了 3 台 Deep Space 1 装备的离子推进器, 将连续交会 Ceres 和 Vesta 小行星. 有计划但还未实施的采用电推进的深空任务还有 ESA 的 BepiColombo 水星探测^[16]以及美国宇航局 NASA 利用核电推进的 Jupiter Icy Moons Orbiter 木星系统探测 (该计划已暂停). Bepi-Colombo 水星探测器计划 2014 年发射, 初始质量 4 200 kg, 预计 2020 年 11 月到达水星, 将配备 4 台离子推进器 (比冲 4 300 s, 单台最大推力约 130 mN, 可以实现 2 台同时开机). 与此同时, 电推进作为精确反馈控制的应用也已经展开, ESA 于 2009 年发射了 GOCE 重力场与海洋探测卫星^[17], 运行在 200

多 km 高的地球轨道上, 利用电推进技术补偿大气阻力实现无拖曳技术 (drag free) 从而精确地探测地球重力场. 同时, 引力波探测计划 LISA 也将采用 FEEP 电推进技术实现微牛顿级推力来补偿太阳光压从而精确地探测引力波动^[18].

自 1998 年以来, 已经实施和即将实施的以电推进作为主推进的航天器仍然屈指可数, 但是每一颗电推进航天器以及其执行的任务都受到航天界的普遍关注. 在各个航天大国, 电推进已经被列为 21 世纪的关键航天技术, 不管是应用于商用卫星还是科学卫星. 在我国, 电推进技术也被列为航天领域的重要技术. 从大推力高比冲航天器的研究和发展计划来看, 电推进技术是一个重要的研究方向. 依照目前的发展状况, 电推进技术的应用将经历 3 个阶段: (1) 目前的 kW 级小功率太阳能电推进, 应用于小型探测器, 在改善航天器平台性能以及节省推进工质方面有所作为, 但在快速变轨方面没有明显优势; (2) 10~100 kW 级中功率太阳能电推进, 应用于中型探测器, 有望获得更佳飞行性能, 应用方案处于论证阶段; (3) 100 kW 以上级大功率太阳能或核电推进, 应用于大型无人探测器和载人深空飞行, 应用方案停留在设想阶段. 从目前技术现状来看, 空间核电推进几乎是实现大推力高比冲推进的唯一选择, 它的发展程度对人类在太阳系内能够飞多远具有深远影响. 如果说化学推进可以替代中小功率太阳能电推进技术, 大推力高比冲核电推进则是化学推进难以替代的, 该技术的突破或将成为改写人类航天史的里程碑.

2 电火箭星际航行轨道设计

早期的轨道动力学研究主要针对航天器 (一般没有推力) 在摄动引力场中的运动规律, 研究对象为人工地球卫星. 在这样的背景下, 天体力学的很多理论和方法可以应用于轨道动力学研究. 其中, 摄动方法 (perturbation method) 成功地应用于人造地球卫星轨道运动的解析研究^[19-20], 并且已经建立了相当完善的轨道动力学模型, 这些工作广泛指导了航天工程实践. 摄动方法同样可以应用于研究其他行星环绕轨道, 为太阳系行星探测的任务轨道设计提供了理论依据.

谈及电火箭星际航行, 除了电火箭技术本身之外, 最为关注的问题是连续推力飞行轨道. 由于推进时间显著增加, 推进轨道弧段无法采用速度脉冲来近似, 适用于设计化学推进航天器变轨策略的圆

锥截线拼接方法不再完全适用. 然而, 连续推力转移轨道的分析与设计仍然基于经典的轨道动力学模型, 在此基础上发展了一系列特定的模型和方法, 并将控制与优化的理论方法应用其中, 为轨道动力学研究注入了新的内容. 对于电火箭星际航行, 本文主要关注星际转移轨道(或称过渡轨道), 而不是环绕行星和小天体的任务停泊轨道.

2.1 连续推力飞行轨道基本模型

为了描述电火箭星际航行轨道, 首先需要建立连续推力转移轨道动力学模型, 这是开展轨道分析与优化设计研究的基础. 本节将简要介绍二体和圆形限制性三体模型, 绝大多数星际航行轨道分析与设计都可以采用这两类模型. 此外, 还将介绍行星逃逸、俘获以及行星引力辅助的基本概念, 它们都是星际航行不可避免飞行模式. 本节主要描述连续推力转移轨道的基本模型以及模型的特点和用途, 对建立高精度模型并不关注.

2.1.1 二体、圆形限制性三体模型及高斯方程

2.1.1.1 二体及非球形摄动模型

首先, 考虑单一引力场的情况(例如以太阳或地球为中心), 电推进航天器在惯性参考系中的轨道动力学方程为

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v} \quad (1)$$

$$\dot{\mathbf{v}} = -\frac{\mu_{\text{body}}}{r^3}\mathbf{r} + \frac{T}{m}\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{f}_P \quad (2)$$

$$\dot{m} = -\frac{T}{g_e I_{sp}} \quad (3)$$

式中, \mathbf{r} 和 \mathbf{v} 分别为位置和速度矢量, μ_{body} 为中心天体引力常数, T 为推力大小, m 为航天器质量, \mathbf{f}_P 为摄动加速度矢量, $\boldsymbol{\alpha}$ 为推力方向单位矢量, 满足 $\boldsymbol{\alpha}^T \boldsymbol{\alpha} = 1$. 将矢量 \mathbf{r} 和 \mathbf{v} 投影到相应的坐标系即可得到以该坐标系分量描述的动力学方程, 例如直角坐标系分量、极坐标系分量或球坐标系分量等^[21].

电推进航天器的推力大小可以表示为

$$T = \frac{2\eta P}{v_c} = \frac{2\eta P}{g_e I_{sp}} \quad (4)$$

式中, $v_c = g_e I_{sp}$ 为推进器工质的喷射速度, P 为推进器的输入功率, η 为推进器效率. 对于特定的电推进发动机, I_{sp} , P , η 都是可变的或保持常值. 另外一种简单的推力表达方式为

$$T = (T/W)_0 \times m_0 g_e \quad (5)$$

式中, $(T/W)_0$ 为初始推力-重量比(推重比), m_0 为航天器初始质量. 这种表达式给出了常值推力, 但没有给出推力与输入功率之间的关系, 一般多用于理论方法研究.

几乎所有太阳系内的大行星和小行星均为非球形, 并且自旋. 相对大行星来说, 小行星更不像球形. 在惯性系中表达的方程式(1)~(3)可以转化为天体固联坐标系中的表达形式, 这有利于研究非球形摄动对轨道运动的影响. 假设天体固联坐标系的 z 轴为天体自旋轴(垂直于 xy 平面), 天体自旋角速度一般假设为常值 ω (不考虑章动), 航天器位置矢量以及在惯性空间中的加速度矢量可以推导如下

$$\mathbf{r} = x\hat{\mathbf{i}} + y\hat{\mathbf{j}} + z\hat{\mathbf{k}} \quad (6)$$

$$\ddot{\mathbf{r}} = (\ddot{x} - 2\omega\dot{y} - \omega^2 x)\hat{\mathbf{i}} + (\ddot{y} + 2\omega\dot{x} - \omega^2 y)\hat{\mathbf{j}} + \ddot{z}\hat{\mathbf{k}} \quad (7)$$

在天体固联直角坐标系中, 连续推力航天器轨道动力学方程为如下形式

$$\ddot{x} - 2\omega\dot{y} - \omega^2 x = \frac{\partial\Phi}{\partial x} + \frac{T}{m}\alpha_x \quad (8)$$

$$\ddot{y} + 2\omega\dot{x} - \omega^2 y = \frac{\partial\Phi}{\partial y} + \frac{T}{m}\alpha_y \quad (9)$$

$$\ddot{z} = \frac{\partial\Phi}{\partial z} + \frac{T}{m}\alpha_z \quad (10)$$

式中, $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$ 为推力矢量的坐标分量, Φ 为天体引力势能函数, 其形式可在绝大多数轨道力学文献中看到

$$\Phi(r, \phi, \lambda) = -\frac{\mu}{r} + B(r, \phi, \lambda) \quad (11)$$

$$B(r, \phi, \lambda) = \frac{\mu}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \left[\left(\frac{R_e}{r} \right)^n J_n P_n(\sin\phi) + \sum_{m=1}^n \left(\frac{R_e}{r} \right)^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\sin\phi) \right] \quad (12)$$

式中, r, ϕ, λ 分别为轨道半径、地心经度与纬度; $P_n(\cdot)$ 为 n 阶第一类勒让德多项式, $P_{nm}(\cdot)$ 为 n 阶缔结勒让德多项式; J_n, C_{nm}, S_{nm} 分别为带谐项、田谐项和扇谐项系数; R_e 为参考距离量(如行星半径).

天体固联坐标系中的轨道运动往往存在相对平衡点(暂不考虑推力). 例如只考虑中心引力场的情况, 我们可以很容易求解出平衡点条件, 即 $r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt[3]{\mu/\omega^2}$, $z = 0$. 以地球为例, 上述平衡点即为赤道上空地球同步轨道. 平衡点附近存在周期运动, 且 z 轴运动是自由振荡形式, 即所谓的南

北向漂移. 求解式 (8)~ 式 (10) 是分析行星环绕轨道的主要问题, 并在此基础上提出应用连续推力进行轨道维持与控制的策略.

对于形状及其不规则的小行星, 其轨道运动难以仅采用中心引力场或带谐项摄动来近似分析, 田谐项和扇谐项系数 C_{nm} 和 S_{nm} 会对轨道运动产生重要影响. 这样, 式 (8)~ 式 (10) 右侧的表达式更为复杂, 可能存在更多的平衡点及围绕平衡点的周期轨道. 关于小行星附近轨道运动分析的综述可以参见文献 [22]. 小天体引力场本身较弱, 因此改变航天器相对小天体的轨道也相对容易, 采用高比冲小推力很适合这一类轨道控制需求, 可以实现悬停、伴飞、绕飞等轨道形式, 甚至可以设法实现与小天体的附着, 或称为小天体登陆.

2.1.1.2 圆形限制性三体模型

圆形限制性三体模型可以建立在惯性空间的旋转坐标系中. 如图 6 所示, 旋转坐标系的原点位于两个天体的共同质心, 其中 m_1 为质量较大天体, m_2 为质量较小天体, m 为航天器. 圆形限制性三体问题的基本假设为: m 的质量远远小于 m_1 和 m_2 , 因此 m_1 和 m_2 的运动不受 m 的影响, 则 m_1 和 m_2 满足二体模型. 此外, 假设 m_1 和 m_2 围绕它们共同的质心做圆周运动, m_1 和 m_2 的共同质心在惯性空间呈现静止或匀速直线运动状态. 图 6 中, 两个天体之间距离为 D , 大天体 m_1 到质心 (坐标原点) 的距离为 D_1 , 小天体 m_2 到质心的距离为 D_2 , 则有 $D = D_1 + D_2$. 此外, m_1 到航天器的距离为 r_1 , m_2 到航天器的距离为 r_2 .

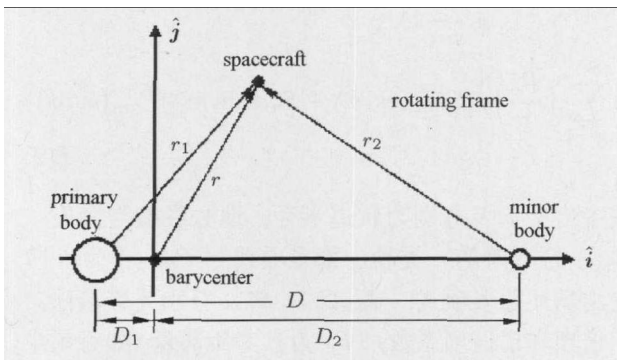


图 6 圆形限制性三体问题示意图

Fig.6 Schematic of the circular restricted three-body dynamics

采用类似于方程 (6)~(10) 的推导过程, 电推进航天器在圆形限制性三体模型中的动力学方程可以表示为

$$\ddot{x} - 2n\dot{y} - n^2x = \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{T}{m}\alpha_x \quad (13)$$

$$\ddot{y} + 2n\dot{x} - n^2y = \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{T}{m}\alpha_y \quad (14)$$

$$\ddot{z} = \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{T}{m}\alpha_z \quad (15)$$

其中

$$n = \sqrt{\frac{\mu_1 + \mu_2}{D^3}} \quad (16)$$

$$U = \frac{\mu_1}{r_1} + \frac{\mu_2}{r_2} \quad (17)$$

$$r_1 = \sqrt{(x + D_1)^2 + y^2 + z^2} \quad (18)$$

$$r_2 = \sqrt{(x - D_2)^2 + y^2 + z^2} \quad (19)$$

我们发现, 圆形限制性三体模型与非球形自旋天体附近轨道运动方程的形式相同, 且都表示在旋转坐标系中, 只是势能函数分别表达不同的物理意义. 这两类轨道运动可以采用相同的数学方法进行研究. 圆形限制性三体问题要比二体问题复杂得多, 不仅没有解析解, 而且出现了混沌特性. 但是, 学者们利用数值计算方法总结了圆形限制性三体模型中的许多运动特性, 并且应用于轨道设计, 理论上可以设计出比采用传统圆锥截线拼接法更为节能 (工质消耗更少) 的飞行轨道. 关于圆形限制性三体问题的具体内容, 可以参见专著 [23], 其最主要的动力学特性是平衡点 (即拉格朗日点) 及其稳定性, 围绕平衡点的周期轨道与拟周期轨道, 如 Lyapunov, halo, Lissajous 轨道、与 (拟) 周期轨道相连的不变流形轨道等. 这些动力学特性为轨道设计提供了强有力的先验知识 [24-27].

2.1.1.3 高斯摄动方程

由于轨道根数比其他坐标分量形式更具直观的几何意义, 轨道动力学模型也可以利用轨道根数的微分方程来表示, 即高斯摄动方程 (Gauss variational equation). 采用经典轨道根数 (分别为半长轴 a , 偏心率 e , 倾角 i , 升交点赤经 Ω , 近地点幅角 ω , 真近点角 θ) 或春分点根数组成的状态向量 \mathbf{x}_e . 所表达的动力学模型可以写为如下矩阵形式 [21]

$$\dot{\mathbf{x}}_e = \mathbf{M}_{6 \times 3} \left(\frac{T}{m} \boldsymbol{\alpha}_{\text{RSW}} + \mathbf{f}_P \right) + \mathbf{D}_{6 \times 1} \quad (20)$$

式中, 推力矢量投影在 RSW 坐标系 (RSW 坐标系是非惯性系, 是旋转坐标系. RSW 坐标系的 X 轴 \hat{e}_R 沿着径向 (从天体质心指向航天器), Y 轴 \hat{e}_S 沿着当地水平, 与航天器飞行速度同向 (但不一定重合), Z 轴 \hat{e}_W 由右手定则确定). 如果连续推力可以写成

保守力的形式，即仅与航天器位置相关，动力学方程也可以采用拉格朗日方程表示。不过，连续推力几乎难以符合保守力的形式。因此，应用拉格朗日方程研究连续推力轨道并不多见。

春分点根数有不同的表达形式，但主要内涵基本相似，即避免经典轨道根数在 $i = 0$ 和 $e = 0$ 情况下的奇异点问题。例如，Walker 等^[28] 提出如下根数形式

$$\begin{aligned} p &= a(1 - e^2), f = e \cos(\omega + \Omega) \\ g &= e \sin(\omega + \Omega), h = \tan(i/2) \cos \Omega \\ k &= \tan(i/2) \sin \Omega, L = \Omega + \omega + \theta \end{aligned}$$

Broucke 和 Cefola^[29] 以及 Kechichian^[30] 采用了如下根数形式

$$\begin{aligned} a &= a, h = e \sin(\omega + \Omega) \\ k &= e \cos(\omega + \Omega), p = \tan(i/2) \sin \Omega \\ q &= \tan(i/2) \cos \Omega, l_M = \Omega + \omega + M \end{aligned}$$

Gao^[21] 提出了无量纲角动量形式的春分点根数

$$\begin{aligned} h' &= \sqrt{\frac{p}{\mu}} = \frac{\|\mathbf{r} \times \mathbf{v}\|}{\mu} = \sqrt{\frac{a(1 - e^2)}{\mu}} \\ f &= e \cos(\omega + \Omega), g = e \sin(\omega + \Omega) \\ h &= \tan(i/2) \cos \Omega, k = \tan(i/2) \sin \Omega \\ L &= \Omega + \omega + \theta \end{aligned}$$

用于表达航天器状态的变量还有其他的形式，可以参见综述论文 [31]。基于高斯摄动方程，可以采用轨道平均方法得到微小推力作用下轨道根数的长期平均变化，可用于多圈转移轨道的分析与设计^[32-33]，这是高斯摄动方程相对直角坐标系中运动方程的应用优势。

2.1.2 直接逃逸以及小推力行星逃逸与俘获

2.1.2.1 利用运载火箭直接逃逸

航天器可以利用运载火箭直接送入地球逃逸轨道，并具有期望的发射能量 C_3 。发射能量 C_3 的定义如下

$$C_3 = v_\infty^2 \tag{21}$$

式中， v_∞ 为逃逸速度，是航天器相对地球的速度。采用二体轨道拼接的方法，在日心黄道惯性坐标系（后简称为日心惯性系）中，航天器的初始点采用地球引力影响球边界的位置和速度。在轨道初步设计

中，运载火箭逃逸可以简化为日心惯性系中一个速度脉冲，其大小用 v_∞ 表示，并假设航天器在日心惯性系的位置与地球位置相同，速度脉冲方向一般可以任意选择。如图 7(a) 所示，设 α_{esc} 和 β_{esc} 用来表示 v_∞ 的方向（地球相对太阳的轨道参考坐标系 $\hat{e}_R^E \hat{e}_S^E \hat{e}_W^E$ 中定义了经度角 α_{esc} 和纬度角 β_{esc} ）。图 7(b) 表示发射能量 C_3 与发射质量成反比。

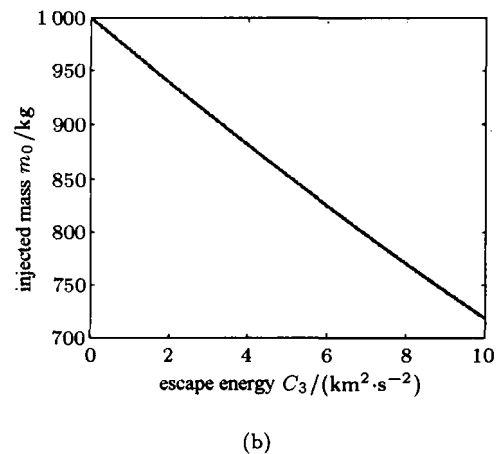
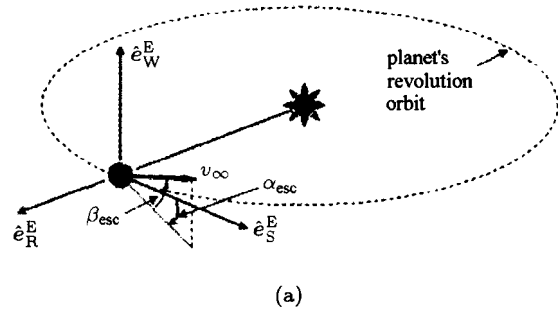


图 7 简化逃逸模型 (a) 以及运载能力表述 (b)
Fig.7 Simplified escape model (a) and expression for injection capability (b)

考虑地心赤道惯性坐标系中双曲线逃逸轨道近地点（发射点，一般是火箭分离点）处的轨道状态，即发射点的轨道高度 r_0 ，发射点速度（由 C_3 计算），轨道倾角 i ，升交点赤经 Ω 近地点幅角 ω 等因素，可以得到如下对应关系

$$[C_3 \ r_0 \ i \ \Omega \ \omega] \Leftrightarrow [r_\infty \ v_\infty] \tag{22}$$

式 (22) 表示引力影响球处的位置和速度矢量 r_∞ 和 v_∞ 依赖于 $[C_3 \ r_0 \ i \ \Omega \ \omega]$ 等参数，反之，已知 r_∞ 和 v_∞ 也可以计算出这些参数。根据地球相对太阳的位置和速度矢量 (r_{earth} 和 v_{earth})，可以计算出日心惯性坐标系中的航天器位置和速度矢量 (r_{hel} 和 v_{hel})

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{hel} &= \mathbf{r}_{earth} + C_{ES}\mathbf{r}_{\infty} \\ \mathbf{v}_{hel} &= \mathbf{v}_{earth} + C_{ES}\mathbf{v}_{\infty} \end{aligned} \quad (23)$$

式中的 C_{ES} 为相应的坐标转换矩阵. 另外, 如果假设 $\mathbf{r}_{hel} = \mathbf{r}_{earth}$, 对于初步轨道设计也是可以接受的. 上述方法实际上是在地心赤道惯性坐标系中定义了 \mathbf{v}_{∞} 的方向, 明确描述了双曲线逃逸轨道, 并将其和日心转移轨道拼接起来.

本节介绍的两种近似逃逸算法均针对利用运载火箭逃逸地球引力场进入深空的问题. 相对于深空飞行的空间尺度范围, 地球引力影响球的尺度是小量, 因此可以采用二体轨道拼接法. 若利用运载火箭将卫星直接发射到地月转移轨道或日地 L1 或 L2 拉格朗日点转移轨道, 由于引力影响球尺度不是小量, 就不能采用这样的近似算法.

2.1.2.2. 小推行星逃逸与俘获

电推进小推力发动机显然无法在短时间内提供逃逸或俘获脉冲. 为此, 钱学森研究了从轨道起飞的问题, 沿当地水平或径向的连续推力可以最终使探测器逃逸地球 [2]. 其他众多学者也对切向小推力 (推力沿速度方向) 轨道开展了解析研究 [34-39], Gao 等利用高斯方程和轨道平均法计算了包含行星阴影 (阴影内无推力) 的切向小推力轨道 [40], 并用于设计包含地球逃逸和火星俘获的地火转移轨道 [41]. 与小推力逃逸与俘获的星际航行轨道设计可参见文献 [42-46]. 逃逸与俘获是否依赖于小推力需要根据任务实际需求而决定. 目前, SMART-1 利用连续小推力成功实现了逃逸地球与月球俘获, 但还没有航天器依赖于小推力实施大行星逃逸与俘获. 地球逃逸与将探测器俘获到行星低轨一般需要多轨道圈以及较长转移时间, 实际运行比化学推进复杂. 因此, 行星探测器可以采用电推进 / 化学推进相结合的方

式, 如 ESA 的 BepiColombo 水星探测器 [16], 利用运载火箭直接将探测器送入地球逃逸轨道, 利用电推进完成日心系转移, 利用化学推进实现行星俘获, 回避了小推力长时间多圈逃逸与俘获问题.

2.1.3 行星引力辅助

在相对太阳的飞行轨道上, 深空探测器近距离飞越行星可以无需消耗工质地改变相对太阳的速度, 这个概念称为行星引力辅助 (gravity assist, 或称借力飞行). 引力辅助对于深空探测轨道和任务设计具有重要意义, 一方面通过引力辅助可以减少探测器工质消耗, 让一些原本不可能的任务成为可能; 另一方面也可以对被借助引力的行星进行飞越探测. 人类航天史上已有若干利用多次行星引力辅助的深空探测器. 美国 20 世纪 70 年代发射的旅行者 1 号探测器, 先后借助木星、土星、天王星、海王星的引力, 飞往太阳系边缘, 获得了极其丰富的探测成果 [47]. 此后, 一系列深空探测器, 如旅行者 2 号、Galileo 木星探测器 [48]、Cassini-Huygens 土星探测器 [49]、Messenger 水星探测器 [50], 均采用了多次行星引力辅助. 此外, 利用一次引力辅助的深空探测器则更多, 这些任务不再一一列举.

对于电推进航天器初步轨道设计, 行星引力辅助 (unpowered gravity assist) 可以近似为日心坐标系中的一个瞬时速度脉冲 (无需消耗工质), 引力辅助前后的航天器日心系位置没有变化. 如图 8 所示, 设 $\mathbf{v}_{sc}(t)$ 为航天器日心系速度矢量, $\mathbf{v}_{\infty}(t)$ 为航天器相对行星的速度, 行星飞越前后时刻分别为 t_{GA}^- 和 t_{GA}^+ , 由于 \mathbf{v}_{planet} 的存在 (\mathbf{v}_{planet} 为行星在日心惯性坐标系中的速度), 航天器飞越行星无需消耗工质即可获得相对太阳的速度增量

$$\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v}_{sc}(t_{GA}^+) - \mathbf{v}_{sc}(t_{GA}^-) = \mathbf{v}_{\infty}(t_{GA}^+) - \mathbf{v}_{\infty}(t_{GA}^-) \quad (24)$$

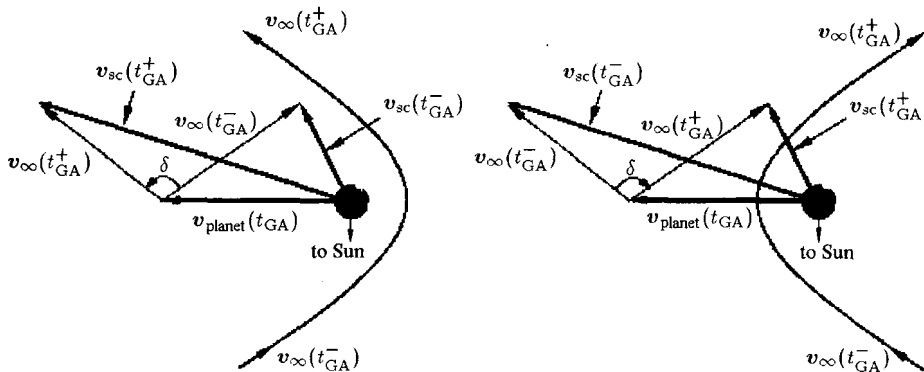


图 8 行星引力辅助示意图

Fig.8 Schematic of planetary gravity assist

电推进探测器 Hayabusa^[14] 与 Dawn^[15] 均采用了行星引力辅助, 分别利用了地球和火星的引力加速. ESA 计划中的 BepiColombo 探测器将采用多次引力辅助^[16], 包括地球、金星和水星. 行星系统的卫星也可用于引力辅助, 例如地球、木星和土星俘获航天器时采用卫星引力辅助可以进一步减少工质消耗^[51-55]. 另外, 木星和土星系统的探测可以设计为卫星依次飞越探测, 即利用多颗卫星的引力实现卫星间穿梭. 学者们对同时应用小推力和行星引力辅助的轨道设计也开展了研究工作, 相关内容可参见文献 [56-58]. 对于电火箭星际航行, 不能因为推进比冲高而忽略行星引力辅助的应用, 而需要研究如何更好地将它们结合起来.

2.1.4 推力方向矢量和航天器姿态的关系

以电推进作为主推进的航天器一般将推力器置于航天器本体的一个惯性主轴上 (也可以为其他方向, 一般要求推力方向通过星体质心), 并与星体固联. 一般来说, 推力方向可以在一个小角度范围内调节, 其主要目的是为了微调推力方向使其尽量通过质心, 避免产生推力力矩. 因此, 通过轨道优化设计得到的推力方向需要通过姿态调整来实现, 一般通过调整俯仰角和偏航角来实现推力定向.

如果电推进器的输入功率来自太阳能帆板, 一般称之为太阳能电推进航天器. 此时, 太阳能帆板是否对日定向将影响到输入电能大小, 从而影响推力大小. 如果太阳能帆板采用两自由度形式 (帆板可以绕两个正交轴旋转), 那么可以完全对日定向, 与推力定向相互独立. 如果采用单自由度太阳能帆板, 当推力方向与太阳方向不平行时, 需要采用额外的姿态旋转 (绕推力轴的滚转角) 使得单自由度帆板实现完全对日定向.

如图 9 所示, 假设推力方向沿 $+x_b$ 轴, 太阳能帆板旋转轴沿 $+y_b$ 轴. 单自由度太阳能帆板完全对日定向时, 其转轴矢量应与太阳矢量和推力方向矢量均垂直, 表达为如下形式

$$\hat{r} = \pm(\hat{s} \times \alpha) / \|\hat{s} \times \alpha\| \quad (25)$$

式中, \hat{r} 为太阳能帆板旋转轴的单位矢量, \hat{s} 为太阳方向单位矢量, α 为推力方向单位矢量 (\hat{s} 与 α 不平行). 当航天器姿态满足上述条件, 既保证了推力的正确指向, 也保证了单自由太阳能帆板完全对日定向. 因此, 轨道优化设计可以不依赖于航天器姿态. 如果航天器的姿态或姿态机动能力具有约束, 需要进行具体分析, 轨道优化与设计问题也将成为

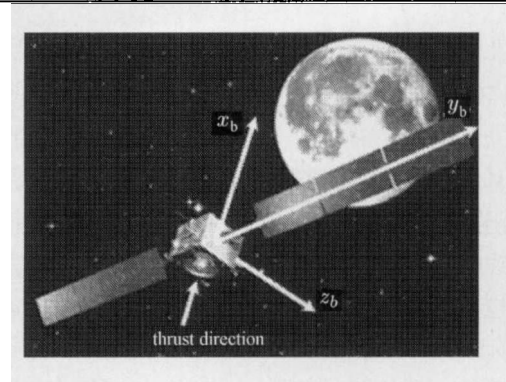


图 9 推力方向示意图 (引用 SMART-1 卫星)

Fig.9 Schematic of thrust direction (SMART-1 spacecraft as an example)

控制量受限 (即推力方向受限) 的最优控制问题.

2.2 连续推力飞行轨道优化设计

连续推力飞行轨道 (或称为转移轨道) 优化设计问题可以归结为: 在太阳系多天体引力场中如何在适当的时刻利用适当的推力使航天器从初始状态 (如地球) 转移到指定状态 (如其他天体) 去完成预定使命, 并且在若干约束条件下尽量使某些目标函数 (例如工质消耗最少、载荷质量最大) 达到最优化. 目前, 解析方法还难以求解绝大多数连续推力转移轨道的优化设计问题. 随着计算机计算速度的不断提高, 各国学者们通过数值方法已经求解出各种类型连续推力转移轨道, 这成为推动电推进技术应用的一个重要因素. 本节首先回顾了最优控制理论和非线性规划的基本内容; 接着介绍了求解最优控制问题的间接法、直接法和混合法; 最后介绍了星际航行轨道设计的分段与拼接思想以及优化搜索方法.

2.2.1 最优控制理论与非线性规划

最优控制 (optimal control) 是现代控制理论的一个重要分支, 侧重于研究在运动方程 (连续或离散时间系统) 和若干控制与状态约束下实现系统性能指标最优化的理论和方法^[59-61]. 连续推力转移轨道优化设计是一个典型的最优控制问题. 最优控制理论的数学基础是变分法 (calculus of variations)、庞特里亚金极小值原理 (Pontryagin minimum principle, 或极大值原理) 以及动态规划 (dynamic programming). 对于连续推力转移轨道 (以常微分方程描述的动力学模型), 主要采用变分法和庞特里亚金极小值原理推导性能指标最优化的一阶必要条件, 并设法得到满足必要条件的解. 最优控制理论中的要点是对泛函 (自变量为函数的函数) 求极值以及处理约束条件的拉格朗日乘子.

非线性规划 (nonlinear programming) 是 20 世纪 50 年代才开始形成的一门新兴学科, 也是一个相对独立的研究方向. 非线性规划通过搜索一组变量求解具有等式以及不等式约束的函数极值问题 (而非泛函极值), 目标函数以及等式和不等式约束一般为非线性代数方程 (线性形式称为线性规划), 这一类问题也称为非线性参数优化问题 (nonlinear parameter optimization problem). 库恩和塔克^[62]发表的最优性条件 (后来称为库恩-塔克条件, Kuhn-Tucker condition, 也称为 KKT 条件) 是非线性规划正式诞生的一个重要标志. 非线性规划的研究从函数凸分析和一维搜索方法开始, 逐步发展出一系列考虑约束条件的非线性多变量优化搜索方法, 成为应用数学的一个重要分支并得到广泛应用^[63-64]. 非线性规划法从最基本的牛顿迭代法开始, 经过几十年的发展, 已经建立了完善的方法体系, 其中序列二次型规划法 (sequential quadratic programming, SQP) 广泛地应用于飞行器轨迹优化, 并开发了为数不少的通用程序.

早期的研究工作中, 非线性规划更注重静态分配的“规划”问题, 而最优控制更注重动态过程的“控制”问题. 然而, 它们的理论基础, 即函数和泛函的极值问题, 不可能是两个毫无联系的问题, 控制与规划也不是完全割裂的两个概念. 连续推力转移轨道优化设计的内容是寻找优化的飞行轨道 (一般不考虑反馈控制), 因而更像一个规划问题. 随着计算机技术的快速发展, 最优控制问题的数值解法将最优控制理论和非线性规划结合起来.

2.2.2 间接法、直接法以及混合法

在已有的研究文献中, 求解连续推力最优转移轨道的方法主要分为 3 类: 间接法 (indirect method)、直接法 (direct method) 以及混合法 (hybrid method). 间接法的思路是通过最优控制理论推导出两点 (或多点) 边值问题, 然后通过迭代算法求解, 无需对指标函数直接寻优; 直接法的思路是将系统状态和控制变量按演化时间 (或其他自变量) 分段并离散化, 最终将最优控制问题转化为非线性参数优化问题, 然后利用各类优化算法对指标函数直接寻优进行求解. 直接法一般还可以分为两种, 一种是直接打靶法 (direct-shooting method), 另一种是配点法 (collocation method), 配点法还可细分为求积型配点法 (quadrature collocation) 和伪谱法 (pseudospectral collocation). 此外, 学者们还提出了混合法 (在此称为间接法和直接法的混合), 混合法的初衷是设法综

合同接法和直接法的优点从而更高效地得到最优或次优解. 部分综述论文对这些方法进行了基本描述, 可参见文献 [65-68].

2.2.2.1 间接法

在以往众多的关于连续推力轨道优化的研究文献中, 对于间接法的描述可能不尽相同. 本文提及的间接法可以描述为: 利用最优控制理论将道优化问题转化为非线性常微分方程边值问题, 边值约束除了运动学约束之外还包括通过变分法、庞特里亚金极小值原理推导的必要条件, 求出满足边值约束的解即为最优解, 无需对指标函数直接寻优, 因此得名间接法.

具有连续推力的转移轨道无论表示在二体或圆形限制性三体模型中, 其动力学方程均为非线性常微分方程形式

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad (26)$$

其中, \mathbf{x} 为系统状态, \mathbf{u} 为系统输入 (连续推力), t 为时间. 假设上述系统从 t_0 演化到 t_f , 可以建立如下非线性参数优化问题 (一个简单的例子, 只有一个末端时刻的等式约束)

Find optimal \mathbf{u} and t_f

$$\text{Minimize } J = \phi(\mathbf{x}(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} L(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) dt$$

$$\text{Subject to } \psi(\mathbf{x}(t_f), t_f) = 0, \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$$

Initial condition: $\mathbf{x}(t_0)$

这里给出了最优控制问题中目标函数的 Bolza 形式 (也可以定义 Lagrange, Mayer 形式)^[55]. 可以看出, 约束条件不仅有代数方程, 还有微分方程 (一般为动力学模型).

根据最优控制理论^[53-55], 可以构造系统的哈密尔顿函数

$$H(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \lambda t) = L(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) + \lambda^T \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad (27)$$

式中引入了拉格朗日乘子 λ (或称为协态变量 costate or adjoint variable), 它是时间的函数. 推导哈密尔顿函数对 \mathbf{x} 的偏导可得到协态变量微分方程 $\dot{\lambda} = -\partial H / \partial \mathbf{x}$.

最优控制律的形式 \mathbf{u}^* 需要利用庞特里亚金极小值原理得到

$$\left. \begin{aligned} H(\mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*, \lambda^*, t) &\leq H(\mathbf{x}^*, \mathbf{u}^* + \delta \mathbf{u}, \lambda^*, t), \\ \text{对于所有的 } \delta \mathbf{u} \\ \mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*, \lambda^* &\text{ 为最优解} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

一般的，将目标函数设为 Mayer 形式，即只包含末端时刻的状态函数 (以运动方程 (1)~(3) 为例)

$$J = \phi[\mathbf{r}(t_f), \mathbf{v}(t_f), m(t_f), t_f] \quad (29)$$

系统的哈密顿函数为 (其中， $\lambda_r, \lambda_v, \lambda_m$ 为协态变量)

$$H = \lambda_r^T \mathbf{v} + \lambda_v^T \left(-\frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} + \frac{T}{m} \boldsymbol{\alpha} + \mathbf{f}_p \right) - \lambda_m \frac{T}{g_e I_{sp}} \quad (30)$$

通过求解哈密顿函数对 $\boldsymbol{\alpha}$ 的一、二阶偏导数，可以得到最优控制律的解析表达式

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial \boldsymbol{\alpha}} &= 0 \\ \frac{\partial^2 H}{\partial \boldsymbol{\alpha}^2} &> 0 \\ \boldsymbol{\alpha}^T \boldsymbol{\alpha} - 1 &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha}^* = -\frac{\lambda_v}{\|\lambda_v\|} \quad (31)$$

此外，由于推力大小有上限，为了满足庞特里亚金极小值原理，还需要以下必要条件 (称为 bang-bang 控制的开关函数，暂不考虑 $H_T = 0$ 的奇异情况)

$$\left. \begin{aligned} T &= 0, & \text{当 } H_T > 0 \\ T &= T_{\max}, & \text{当 } H_T < 0 \\ 0 < T < T_{\max}, & \text{当 } H_T = 0 \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

$$H_T = \frac{\partial H}{\partial T} = \lambda_v^T \frac{1}{m} \boldsymbol{\alpha}^* - \frac{\lambda_m}{g_e I_{sp}} = -\frac{\|\lambda_v\|}{m} - \frac{\lambda_m}{g_e I_{sp}} \quad (33)$$

若采用高斯摄动方程，可以得到如下最优控制律表达式和 bang-bang 控制开关函数 (其中， λ, λ_m 为协态变量)

$$\boldsymbol{\alpha}^* = -\frac{\mathbf{M}^T \boldsymbol{\lambda}}{\|\mathbf{M}^T \boldsymbol{\lambda}\|} \quad (34)$$

$$\left. \begin{aligned} T &= 0, & \text{当 } H_T > 0 \\ T &= T_{\max}, & \text{当 } H_T < 0 \\ 0 < T < T_{\max}, & \text{当 } H_T = 0 \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

$$H_T = \frac{\partial H}{\partial T} = \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{M} \frac{1}{m} \boldsymbol{\alpha}^* - \frac{\lambda_m}{g_e I_{sp}} = -\frac{\|\mathbf{M}^T \boldsymbol{\lambda}\|}{m} - \frac{\lambda_m}{g_e I_{sp}} \quad (36)$$

将最优控制律形式 \mathbf{u}^* 代入哈密顿函数，再通过一系列推导 (此处省略，可参考文献 [53-55]) 最终可以得到表 2 给出的两点边值问题 (基于运动方程 (1)~(3))，表中 ν 为静态拉格朗日乘子。

表 2 两点边值问题

Table 2 Two-point boundary-value problem

Initial condition	Dynamical process	Terminal constraint
$\lambda_r(t_0)$ (unknown)	$\dot{\lambda}_r = -\partial H / \partial \mathbf{r}$	$\lambda(t_f) = (\phi_x + \psi_x^T \nu) _{t=t_f}$
$\lambda_v(t_0)$ (unknown)	$\dot{\lambda}_v = -\partial H / \partial \mathbf{v}$	$(\phi_t + \nu^T \psi_t + H) _{t_f} = 0$
$\lambda_m(t_0)$ (unknown)	$\dot{\lambda}_m = -\partial H / \partial m$	$\psi(\mathbf{x}(t_f), t_f) = 0$
$\mathbf{x}(t_0), m(t_0)$ (given)	Eqs.(1)~(3)	

求解常微分方程边值问题的经典方法是计算状态、协态变量转移矩阵以及其他优化变量敏感矩阵，然后采用微分改进迭代出最优解，该方法也称为打靶法，“靶”即为需要满足的约束条件。随着非线性规划法的推广应用，上述两点边值问题可以转化为如下非线性参数优化问题

Find optimal $\lambda(t_0)$ and t_f

$$\text{Minimize } \|\phi_x + \psi_x^T \nu - \lambda|_{t=t_f}\| + \|\phi_t + \psi_t^T \nu + H|_{t=t_f}\| + \|\psi(\mathbf{x}(t_f), t_f)\|$$

$$\text{Subject to: Eqs.(1)~(3), } \dot{\lambda}_r = -\partial H / \partial \mathbf{r}, \dot{\lambda}_v = -\partial H / \partial \mathbf{v}, \dot{\lambda}_m = -\partial H / \partial m$$

$$\text{Initial condition: } \mathbf{x}(t_0), m(t_0), \lambda_r(t_0), \lambda_v(t_0), \lambda_m(t_0)$$

上述问题表述中， $\|\cdot\|$ 表示约束条件的模 (矢量形式)，微分方程约束利用数值积分直接得以满足，并得到末端时刻的状态。由于微分改进 (或牛顿迭代法) 只是非线性规划法的初级形式，利用非线性规划法求解上述参数优化问题在收敛性和迭代效率上都优于牛顿迭代法，这也是非线性规划和最优控制问题最初结合应用的形式。若采用 SQP 通用程序，设计者只需定义好目标函数和约束条件，将它们作为代入 SQP 通用程序中即可。设计者可以自行推导状态转移矩阵和敏感矩阵，也可以利用 SQP 通用程序中的数值微分近似计算。应用间接法求解连续推力转移轨道的部分研究文献可参见文献 [69-76]。如何处理不等式约束、内点约束 (中间时刻具有状态约

束)、角点条件(某些时刻状态连续但不可微)、状态和控制不连续等问题,可以参照最优控制理论的基本内容^[59].考虑这些问题将引入更多的末端或中间时刻的约束条件.

2.2.2.2 直接法

针对 2.2.2.1 中简单的例子,若采用最简单的欧拉求积法,最优控制问题可以转化为如下非线性参数优化问题

Find optimal $\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k$, and t_f

Minimize $J = \phi(\mathbf{x}(t_f), t_f) + \sum_k L(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, t_k)$

Subject to: $\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_{k-1} + (t_k - t_{k-1})\mathbf{f}(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1}, t_{k-1})$

$\psi(\mathbf{x}(t_f), t_f) = 0$

Given: $\mathbf{x}(t_0)$

上述问题中, t_k 是离散点的时刻, \mathbf{x}_k 和 \mathbf{u}_k 为 t_k 时刻的状态和控制变量的节点, \mathbf{x}_k 和 \mathbf{u}_k 实际上成为非线性参数优化问题中的静态变量(不再是时间的函数).这里采用了最简单的欧拉法将运动方程离散化,状态变量 \mathbf{x} 和输入变量 \mathbf{u} 实际上是由若干节点所表述,节点个数需要自行定义.显然,这种直接离散化将会带来一定的误差.除了使用欧拉法给出的离散形式,还可以采用其他高阶离散化方法来减小误差.另外,减小误差可以增加节点个数(也增加了优化变量的个数).微分方程被离散化形成一系列的代数方程约束,转化为非线性规划法可解的形式,这是直接法的基本思路.另外,各种其他类型的等式约束以及不等式约束也可以很容易地进行处理.

求解连续推力转移轨道问题的直接法的主要思想是将状态和控制变量离散化,状态和控制变量的时间函数通过若干离散节点的插值得到,直接法将最优控制问题最终转化为标准的非线性参数优化问题,通过迭代离散点的值使得目标函数最优化并且满足约束条件.在离散节点的选取和插值方法上,又可以分为直接打靶法和配点法两种类型.

直接打靶法一般将控制变量离散化,控制量时间函数通过离散节点插值得到,状态方程从初始到末端时刻进行数值积分(如龙格库塔法),调整节点值以满足约束条件并使目标函数最优.直接打靶法应用简单,并可扩展为多次打靶法从而提高迭代收敛性.直接打靶法可用于求解连续推力星际转移轨道^[77]以及地球引力场中的转移轨道^[78].配点法一般将状态和控制变量同时离散化,根据不同的离散化方法,配点法还可以再细分为两类:求积型配

点法和伪谱法.求积型配点法通过离散点的分段求积来逼近状态的时间函数,调整节点值以满足状态函数的连续性和一阶可微性.文献[79-84]展示了求积型配点法的典型应用.微分包含是配点法的一种延伸形式^[85-88],通过状态解算控制变量从而减少离散节点个数(优化变量中无控制变量节点).配点法另一类典型方法是伪谱法(pseudospectral method),也称为正交配点法(orthogonal collocation method).伪谱法中,配置点的时间间隔并不均匀,离散点一般采用正交多项式的零点和极点,如切比雪夫多项式、勒让德多项式,因此也称为切比雪夫伪谱法、勒让德伪谱法.伪谱法通过基于离散点的插值多项式来逼近状态的时间函数,调整节点值以满足节点处状态时间函数的一阶可微性.伪谱法求解转移轨道的相关内容可参见文献[89-92].伪谱法和求积型配点法的思想是相同的,函数插值的数学方法则不同.Hull^[93]对直接法的几种形式给出了总结.

在多数文献中,对直接法的评价是简单实用并且收敛性好,其不足是容易收敛到局部解,且得到的解的精度需要事后验证.另外需要说明的是,直接法一般无需推导协态变量微分方程和最优控制律以及间接法中的最优解的一阶必要条件.在发表的文献中,有一类工作是基于直接法得到的结果来估计协态变量的初值,以最终得到满足最优化必要条件.相反,间接法得到的结果不会再代入直接法中求解.虽然直接法比间接法的收敛性好,但也不是说,任何初值都能够得到收敛解,直接法仍然需要设计者能够提供好的初值.

2.2.2.3 混合法

混合法(间接法与直接法的混合)的基本思路是将最优控制问题最终转化为参数优化问题,在这个转化过程中,力求同时利用最优控制理论和非线性规划的优势.混合法尽量推导协态变量微分方程利用哈密顿函数求解最优控制的解析形式或近似解析形式,避免将连续时间控制变量和连续时间约束完全离散化,只有难以建模的连续时间变量和约束可以采用离散化处理.混合法将最优转移轨道问题转化为包含协态变量微分方程的非线性参数优化问题,利用成熟的非线性优化算法求解,不再应用传统的微分改进方法,性能指标通过优化算法直接寻优.因此,“混合”是指间接法和直接法的混合,混合法的目标是更为高效地得到最优或次优的设计结果.

采用混合法求解转移轨道的研究工作可参见文献[93-98].利用文献[98]中描述的混合法, 2.2.2.1

中的最优控制问题可以转化为如下非线性参数优化问题

Find $\lambda(t_0)$ and t_f

$$\text{Minimize } J = \phi(\mathbf{x}(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} L(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) dt$$

Subject to: $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \lambda, t)$

$$\dot{\lambda} = -H_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}, \mathbf{u}^*, \lambda, t), \mathbf{u}^* \text{ is optimal}$$

$$\psi(\mathbf{x}(t_f), t_f) = 0$$

Given: $\mathbf{x}(t_0)$

在上述问题中, 引入了协态变量微分方程约束以及通过哈密顿函数推导的最优控制律, 由于对目标函数直接寻优, 舍弃了与协态变量相关的边值约束以及推力开关函数约束条件. 状态与协态变量微分方程可以通过数值积分直接得到满足, 也可以采用直接法的方式进行离散化处理. 若采用离散化处理, 将会增加离散节点从而增加优化变量数目. 和间接法类似, 初始协态初值需要进行猜测并迭代求解, 由于没有物理意义以及对协态变量的演化没有先验知识, 协态变量初值不易给出好的猜测. 但是在实际的求解过程中, 因为混合法可以暂不考虑开关函数等敏感约束并事先假设推力开关顺序, 迭代过程并不难收敛.

混合法实际上反映了间接法与直接法之间的一种过渡, 其收敛性和最优性也应该介于二者之间, 但更接近间接法. 作者认为混合法的实际应用方式还可以进一步发掘, 在处理控制变量和约束条件的问题上可以选择应用直接法的各类方法, 在得到满足所有运动学约束的可行解基础上, 可以进一步加入开关函数等敏感约束继续求解以最终得到满足所有一阶必要条件的最优解. 混合法是架设直接法和间接法之间的一座桥梁, 使得二者最终可以统一到一个方法体系中. 在混合求解过程中, 混合法不仅考虑了基于最优控制理论得到的推导结论, 也尽数利用了非线性规划通用程序的功能.

2.2.2.4 协态变量初值与 bang-bang 控制

总的来说, 利用间接法和混合法建立的常微分方程两点边值问题并不容易求解, 一个主要的原因是协态变量初值对边值约束较为敏感, 而且协态变量初值 $\lambda(t_0)$ 也没有特定的物理意义, 不容易直接给出合理的初值猜测. 另外, 庞特里亚金最小值原理推导出的开关函数必要条件也不易满足, 该问题比协态变量初值猜测更难解决.

为了给出较好的协态变量初值, 协态-控制变量转换是一种常用方法^[99], 通过猜测控制变量及其变

化率来计算协态变量, 控制变量由于具有物理意义从而相对容易猜测. 此外, 学者们还发展了其他猜测方法, 可参见文献 [100-102]. 另外, 文献 [98] 对协态变量进行多次打靶, 降低协态变量初值猜测的敏感性.

对于有界推力, 一阶必要条件约束说明最优控制律为 bang-bang 控制形式. Bang-bang 控制是根据庞特里亚金极小值原理推导出的, 可以理解为推力关闭也是推力的一种状态, 这种状态也是一种控制策略. 从动力学意义上来讲, 若在有些轨道弧段推进时效率较低, 那么不妨将推力关闭, 等到航天器进入推进效率高的轨道弧段再施加推力, 从而节省推进工质. Bang-bang 控制对于连续推力转移轨道来说是客观存在的, 是构成最优控制的一个重要要素, 不可忽略. 然而, 求解两点边值问题之初, 推力开关的序列和次数都是未知的. 最简单的方法是采用了预先设定的开关序列, 如将推力假设为开-关-开的顺序, 但是这个顺序并不一定是满足开关函数必要条件, 也可能是开-关-开-关-开的顺序. 根据实际的设计经验, 若不设置开关函数约束而假定推力开关序列, 很多迭代过程可以得到收敛解; 若对开关函数进行约束, 往往需要采用辅助方法来求解, 其中, 将在 2.2.4 节中介绍的数值延拓法取得了很好的效果^[103-106].

2.2.3 星际航行轨道的分段与拼接

需要指出的是, 研究轨道动力学特性并建立合理的基本轨道段模型是得到优化设计结果的重要前提. 若干基本轨道段合理有序地拼接可以形成更为完整的飞行轨道. 这里, 不妨认为, 基于连续推力飞行轨道应当至少包括一个具有连续推进过程的轨道段, 以此作为电推进与化学推进航天器的基本区别.

轨道分段思想不仅体现在区分不同空间范围的轨道段, 如围绕行星和围绕太阳的轨道段可分开设计然后再拼接起来(如式(23)), 也体现在设计概念层面, 即每一个轨道段应有其特定的动力学特性. 此外, 如果轨道段中有内点约束(中间时刻具有状态约束)、角点条件(中间时刻状态不可微), 可以将该轨道段在对应时刻再细分, 直至得到若干连续可微并且没有内点约束的基本轨道段, 这些基本轨道段在最终的最优解中只有起点和末端时刻的边值约束.

对于具有连续推力的基本轨道段, 采用不同的优化方法(间接法、直接法、混合法)会得到不同的优化变量表达形式. 若采用直接法, 需要优化的变量包括状态和控制变量离散化的节点; 若采用间接法和混

合法, 需要优化的变量包括协态变量初值, 此时, 基本轨道段包括状态和协态变量微分方程.

基本轨道段拼接是转移轨道设计的一个基本方法, 例如轨道设计常用的圆锥截线 (或二体) 拼接法. 实际上, 二体与圆形限制性三体模型中轨道段、不变流形之间、惯性坐标系中和旋转坐标系中轨道段均可以相互拼接, 这样可以形成更为广义的轨道拼接设计方法. 轨道段拼接最基本的约束为运动学状态约束, 即拼接时刻位置、速度、航天器质量等能够匹配. 另外, 不同模型中轨道段的拼接需要考虑拼接准确性, 二体模型中飞行轨道一般在中心天体引力影响球附近可与其他轨道段拼接, 圆形限制性三体模型中飞行轨道也需要在两个天体引力效应较弱的空间与其他轨道段拼接.

以日-地-月空间为例 (如图 10 所示, 图中标注了地月系 5 个拉格朗日点 EL1~EL5 和日地系 2 个拉格朗日平动点 SE1 与 SE2), 飞行轨道设计实际上依赖于四体模型, 该四体模型既可以看成日心、地心、月心 3 个二体模型的组合, 也可以看成日地和地月两个圆形限制性三体模型的组合, 还可以看成日地圆形限制性三体模型和月心二体模型的组合. 这样, 不同模型中的轨道可分别设计, 然后拼接起来即可近似为四体模型中的轨道.

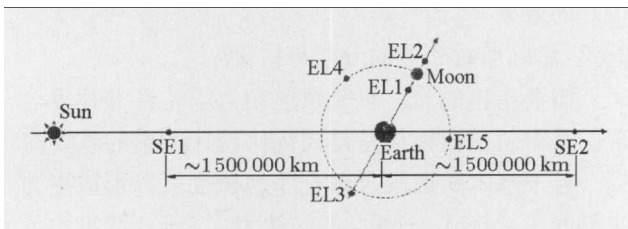


图 10 日地和地月圆形限制性三体模型

Fig.10 The circular restricted three-body models for the Sun-Earth and Earth-Moon systems

图 11 是连续推力日地 L2-halo 转移轨道, 整条轨道可以看成 3 段拼接: 地球低轨到 A 点是切向小推力作用下的螺旋逃逸轨道, A 点到 B 点飞往日地 L2 附近的轨道段 (虚线表示无推力), B 点之后的日地 L2-halo 渐进切入轨道段. 拉格朗日点小推力转移轨道的研究工作可参见文献 [107-109].

轨道段分段和拼接是一种非常朴素的思想, 一方面促使我们重视动力学模型的研究, 弄清转移轨道的基本特性, 在此基础上求解优化问题会变得更加简单和高效; 另一方面, 分段和拼接思想有助于我们开发通用的星际航行飞行轨道设计软件.

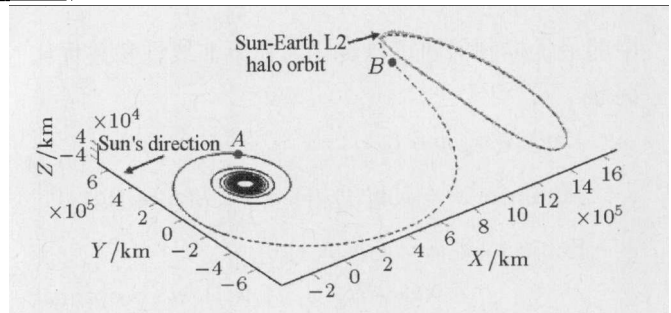


图 11 日地 L2-halo 转移轨道

Fig.11 The transfer trajectory to the halo orbit associated to Sun-Earth L2 point

2.2.4 优化与搜索算法

无论采用间接法、直接法还是混合法, 连续推力转移轨道优化设计问题都可以转化为非线性参数优化问题, 从而进一步采用各类优化与搜索算法进行迭代求解. 本节将简要介绍应用较多的梯度法和随机优化法以及数值延拓方法.

顾名思义, 梯度法充分应用函数的梯度信息来搜索函数最优值. 最基本的求解常微分方程两点边值问题的梯度法是微分改进或牛顿迭代法. 在牛顿迭代法的基础上, 非线性规划发展了一系列更为先进和实用的方法. 其中, 顺序二次型规划法 (SQP) 是求解非线性参数优化问题的一种常用方法. SQP 已经有现成的、成熟的软件程序, 例如 SNOPT^[110]. 另外, 像 MATLAB, FORTRAN IMSL 库都有求解受限非线性优化问题的通用程序. 梯度法是最优控制理论和非线性规划的基础, 已经广泛应用于包括飞机、导弹、卫星等飞行器轨迹优化设计, 并有大量的研究文献可以参考.

随机优化法也称为智能搜索算法, 是人工智能研究的内容, 比如遗传算法、模拟退火、粒子群、微分进化等. 智能搜索算法有不少现成的程序, 使用起来较为简单, 已被用于设计连续推力转移轨道^[111-112], 设计者只需将建立好的非线性参数优化问题代入智能搜索算法求解即可. 以目前研究进展来看, 智能搜索算法在计算效率和准确性上并没有比梯度法显示出优势. 实际上, 与控制律相关的参数一般来说是连续可微的, 很容易用梯度法求解, 而智能搜索算法不利用可用的梯度信息, 优化效率则会降低. 作者认为, 诸如发射时刻和转移时间这一类参数更加适合利用智能搜索算法来处理, 而与推力控制律相关的参数更适合利用梯度法求解. 然而, 梯度法的求解结果只能认为是局部优化解, 智能搜索算法则强调寻找全局最优解, 因此, 如何将这两种方法结合起来是值得进一步研究的问题.

无论采用间接法、直接法还是混合法，即使优化变量初值生成利用了某些辅助方法，我们还会提出问题：优化迭代过程能否收敛？在很多求解过程中，很难期望可以仅通过一次搜索就得到最优解，而且如果可以通过多次搜索确保得到最优解已经是非常好的结果了。数值延拓 (numerical continuation, 或称同伦延拓) 可以帮助我们做到这一点，从而在很大程度上改善搜索迭代的收敛性。数值延拓方法的基本思想是从一个简单的或已经收敛的解出发，在优化变量以及系统参数中挑出我们认为影响性能指标的变量，对其给定一个增量，启动迭代过程得到新的收敛解。数值延拓方法并不是一个崭新的概念，是一种求解强非线性方程的有效方法^[113]。在连续推力转移轨道的实际求解过程中，可以非常朴素地采用这种数值延拓的思想。假设 $[X_0C_0]$ 是参数优化问题的收敛解，其中， X_0 表示优化变量的解， C_0 表示若干系统参数， C_0 中部分变量可能是 X_0 的子集。建立一个新的参数优化问题，系统参数取 $C_0 + \Delta C_0$ ，如果迭代收敛到 $[X_1C_1]$ ，则形成了对参数 C_0 的数值延拓，基于 $[X_1C_1]$ 的系统指标与基于 $[X_0C_0]$ 的系统指标相比较，可能相同，可能不同。同样的方法重复应用，即 $C_1 + \Delta C_1$ 得到 $[X_2C_2]$ ，直至得到所需的最优解。数值延拓方法一个主要的问题是如何确定 ΔC_0 ，即延拓变量的步长；另外，延拓变量可以不止一个，可以形成更高效的多变量延拓。数值延拓变量需针对具体问题具体定义，这些变量可以是各类物理量或辅助变量。学者们也已经应用数值延拓方法求解了连续推力转移轨道，主要用于得到满足开关函数约束的 bang-bang 控制最优解，可参见相关文献 [103-106]。

另外，数值延拓也是求解全局优化解的一个基本方法，通过数值延拓可以形成对某些参数或优化变量的遍历，有望得到全局优化解。不过，每一个延拓变量的延拓范围，在大多数情况下，并不可知。对于同一个变量，可能存在多个延拓范围，这些延拓范围可能是没有交集的，也就是说，一个变量在全局范围内并不一定是全局可延拓的。这也说明搜索全局优化解还需要其他方法，并由此牵引出空间轨道全局优化问题。

2.3 星际航行多目标探测飞行轨道

对于大多数深空探测任务，我们都会事先指定探测目标。例如，从地球出发，探测器可以飞越或进入行星环绕轨道对行星实施探测；飞越、绕飞或附

着对小天体进行探测；飞往日地拉格朗日点附近开展太阳物理和空间天文观测；飞出太阳系进行恒星探测等。对于指定探测目标的连续推力飞行轨道的设计，可以采用上节所述的设计方法给出设计结果。本文不再对这类飞行轨道进行详述。

由于深空探测任务持续时间长、成本高，各航天大国越来越重视多目标探测，即一次星际航行探测多个天体或到达多个空间区域，这些天体或空间区域并非事先指定的，需要进行筛选。由于电推进比冲高，与化学推进相比更加适合多目标探测。实际上，Deep Space 1 和 Dawn 探测器均执行了多目标探测任务，我国学者也在论证电推进航天器多目标探测方案^[114]。

星际航行多目标探测飞行轨道设计以及探测目标的筛选更为明确地提出了转移轨道全局优化问题。目前，学者们发展了诸多方法应对该问题，各种方法各有优缺点，何种方法最佳至今还没有定论。为了促进转移轨道全局优化问题的研究，欧空局于 2006 年发起了国际范围的全局轨道优化竞赛 (global trajectory optimization competition, GTOC)，到 2011 年底已经举办了 5 届^[115-117]，都是关于多目标探测的小推力深空轨道设计问题。自 2009 年开始，我国航天界也发起并举办了全国深空飞行轨道设计竞赛，到 2011 年底已经举办了 3 届。其中，第 2 届和第 3 届竞赛题目均涉及探测目标选择问题，设计者可以选择电推进或化学推进，并考虑利用多次行星引力辅助。

图 12 为第 2 届全国竞赛获得冠军的清华大学团队设计的飞行轨道^[118]，初值质量 1500 kg 的探测器 (常值推力 0.2 N，比冲 1500 s) 携带着陆器从地球出发，在 8 a 内总共飞越了 11 颗近地小天体，飞行途中将 800 kg 的着陆器送往火星，此后探测器对最后一颗到达的小天体实施深度撞击。在竞赛题目中，共有 168 个小天体可作为探测器飞越和撞击的目标。图 12 中，EGA, VGA 分别为地球和金星引力辅助，小行星编号仅为竞赛所用，非正式编号。

第 3 届竞赛题目的应用背景为太阳系大行星和小天体探测，太阳系除地球之外的 7 大行星和 1064 个小天体作为飞越探测的可选目标。图 13 为获得竞赛冠军的中科院空间科学与应用总体部团队设计的飞行轨道^[119]，初始质量为 3500 kg 的探测器 (常值推力 0.3 N，比冲 3000 s) 在 20 a 内依次飞越了金星、火星、水星，并与金星、火星、木星、水星交会，飞行途中总共飞越了 16 颗小行星，包括“钱学森”小

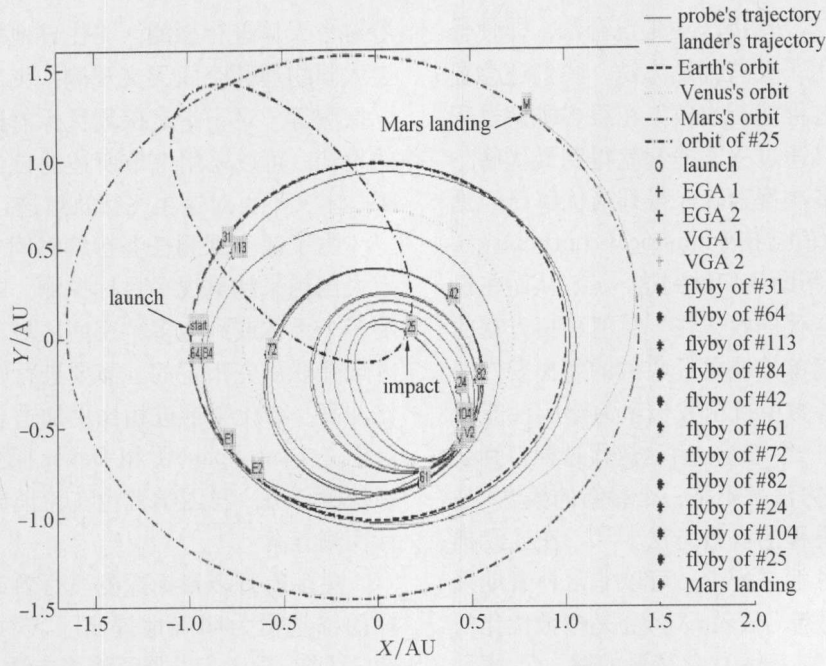
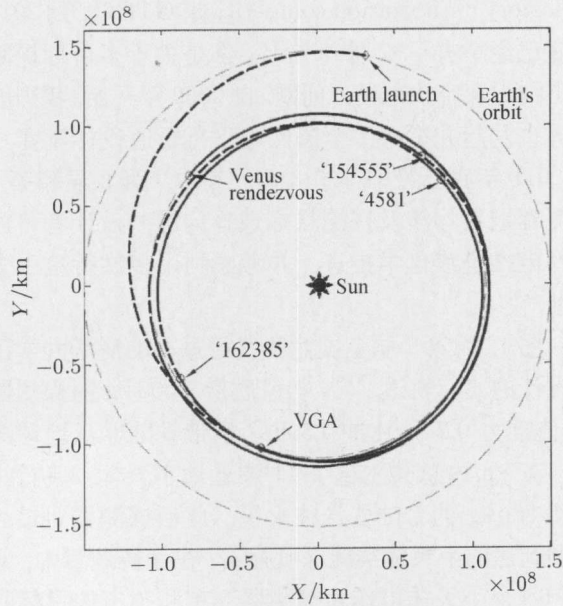


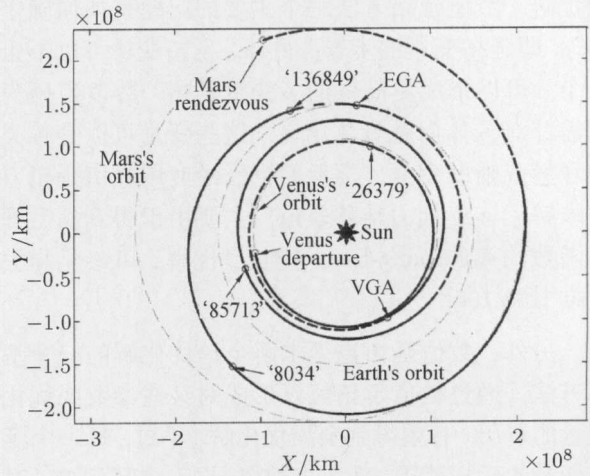
图 12 小行星和火星多目标探测飞行轨道

Fig.12 Multi-target flight trajectory for asteroid and Mars exploration



(a) 地球 (发射)—金星—'15455'—'162385'—'4581'—金星 (交会)

(a) Earth (launch)—Venus—'15455'—'162385'—'4581'—Venus (rendezvous)



(b) 金星 (出发)—'26379'—金星—'85713'—地球—'136849'—'8034'—火星 (交会)

(b) Venus (departure)—'26379'—Venus—'85713'—Earth—'136849'—'8034'—Mars (rendezvous)

图 13 多任务多目标深空飞行轨道

Fig.13 Multi-task multi-target deep-space flight trajectories

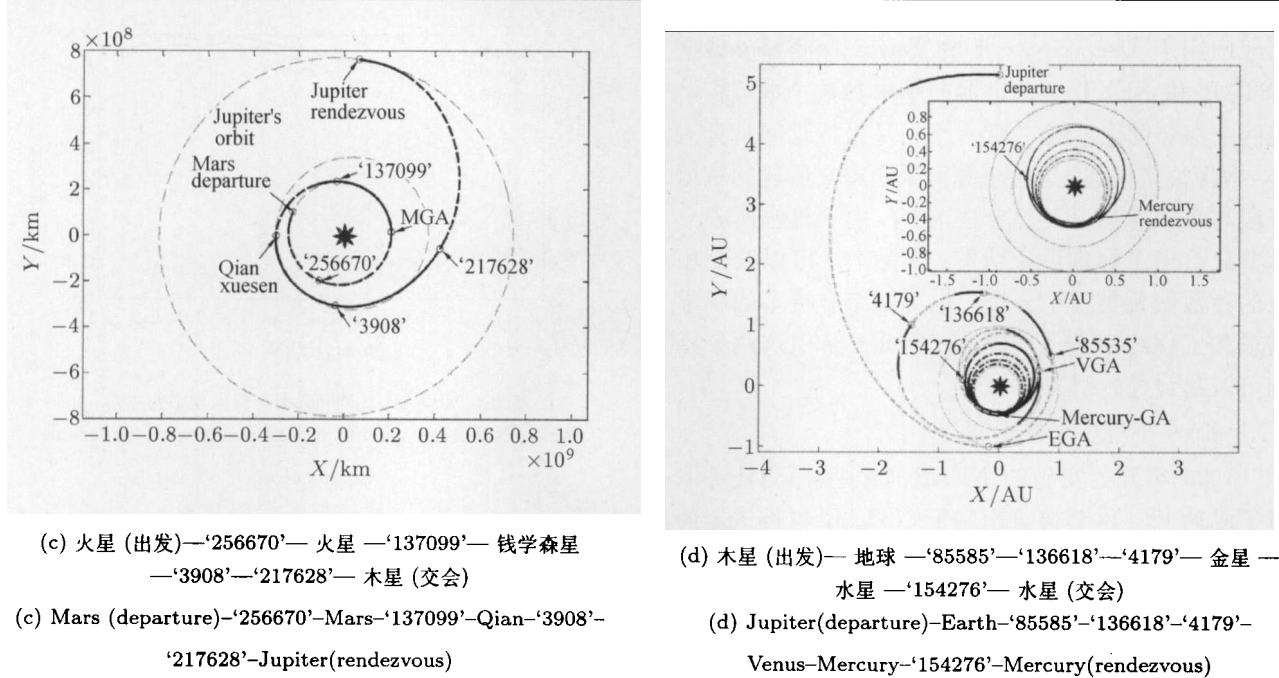


图 13 多任务多目标深空飞行轨道 (续)

Fig.13 Multi-task multi-target deep-space flight trajectories (continued)

行星。图 13 中，数字为小行星代号，EGA, VGA, MGA, JGA, Mercury-GA 分别表示地球、金星、火星、木星、水星引力辅助，实线表示推进段，虚线为无推力的开普勒轨道段。

多目标探测轨道优化设计带来了众多的技术挑战，即使是冠军团队的设计结果都有进一步提高的余地。在全国第 2,3 两届竞赛中，获得前 3 名的团队均选择采用电推进技术，这在很大程度上说明了电推进应用于星际航行的优势。虽然轨道设计竞赛题目没有考虑工程因素，且相对理想化，但可以交流设计思路和方法，推动多目标探测轨道全局优化设计研究，并在很大程度上帮助我们思考电火箭星际航行的飞行蓝图以及工程实现可行性。

3 电火箭星际航行综合优化

3.1 综合优化问题的提出

连续推力转移轨道优化设计的理论研究已经持续开展了很多年，并取得了一系列研究成果，大多数深空飞行轨道的分析和设计已经没有理论难点。为了推动电推进技术应用于实际的星际航行任务，需要深入考虑电推进器实际性能以及应用电推进器所带来的一系列影响因素，综合考虑任务需求和工程约束，使得理论研究能够过渡到工程层面的飞行方案设计。

电推进技术的应用为探测器配置以及飞行方案

带来了一系列相关技术问题，例如：太阳能电推进探测器推力大小与电推进器配置台数以及单台输入功率相关，电推进器输入功率与太阳能电池阵输出功率相关，太阳能电池阵输出功率与探测器 - 太阳距离成反比，探测器 - 太阳距离与飞行轨道密切相关；若采用多台电推进器，它们可否同时工作，功率如何进行分配；运载火箭逃逸能量与探测器可配置的初始质量有关，载荷质量受制于初始质量；推进轨道段持续时间不能超出推进器工作寿命。由此看出，运载能力、能源配置方案、探测器质量、推进工质质量、电推进器配置方案、电推进器工作模式、推进段时间、飞行轨道模式等一系列环节是不可分割的整体，需要根据电推进器的特定技术参数并以轨道优化为基础进行综合优化。综合优化将为电火箭星际航行任务总体方案做出重要参考。

综合优化的主要目的是开展任务分析，对精度以及最优性并不作严格要求，设计结果可以看作中等精度的转移轨道，与最终生成的高精度轨道不会具有量级上的差别，而且不会与最优解有本质差别。这要求我们选择合理的轨道设计方法，能够高效快速的得到一系列可行的解，并选出好的方案。从这个意义上来说，直接法和混合法更加适合综合优化。

3.2 无人探测器星际航行综合优化算例

NSTAR^[120] 和 NEXT^[121] 是 NASA 重点研发的电推进发动机产品 (或称电推进器)，其中，NSTAR

已经应用于 Deep Space 1 和 Dawn 探测器. 根据 NSTAR 和 NEXT 电推进器的基本参数, 本节将给出两个综合优化算例: Eros 小行星采样返回与冥王星-柯伊泊带飞越. 这两个算例采用本文所述的轨道分段与拼接思想以及混合法求解, 由于篇幅所限, 本节只给出了标称设计结果. 实际上, 可以改变相应的参数做各类折中分析, 也可以结合更多的科学需求和工程约束进一步设计. 因此, 希望这两个算例可以起到抛砖引玉的作用.

3.2.1 Eros 小行星采样返回

1996 年开始实施的 NEAR 小行星探测任务取得了成功^[10], 本节将给出基于 NSTAR 电推进器的 Eros 采样返回任务的综合优化算例. 探测器计划的发射日期晚于 2020 年, 拟在 7a 内完成采样返回任务, 希望承载尽可能多的有效载荷. 综合优化考虑的各个环节将依次给予描述.

3.2.1.1 运载发射

选择从海南文昌发射场发射探测器, 发射场纬度 19.19° , 采用长征三号运载火箭 (逃逸运载质量约 1000 kg), 星箭分离点高度为 185 km, 逃逸轨道面倾角为 19.19° , 与发射场纬度相同. 运载火箭逃逸能量 C_3 决定了探测器初始质量 m_0 , C_3 和 m_0 成反比, 如图 6 所示. 初始质量 m_0 可以表示为逃逸能量 C_3 的多项式

$$m_0 = \sum_{n=0}^m q_n C_3^n, \quad C_3 = v_\infty^2 \quad (37)$$

式中, q_n 为多项式系数. 逃逸能量 C_3 和逃逸速度 v_∞ 方向需要进行优化设计. 决定 v_∞ 方向的变量包括发射点升交点赤经 Ω 和近地点幅角 ω , 如式 (22).

3.2.1.2 NSTAR 推力参数模型

对于实际的 NSTAR 电推进器, 输入功率、比冲、效率 (P, I_{sp}, η) 并非恒定不变, 一个比较通用的模型是将比冲和效率表示为输入功率的函数, 将 I_{sp} 和 η 均表示为 P 的多项式

$$I_{sp} = \sum_{n=0}^m c_n P^n, \quad \eta = \sum_{n=0}^m e_n P^n \quad (38)$$

式中, c_n, e_n 为相应多项式系数, NSTAR 电推进器的比冲和效率与输入功率的关系如图 14 所示.

图 14 表明 NSTAR 推进器的输入功率在 0.47 kW 到 2.3 kW 之间, 当输入功率小于 0.47 kW 时, 没有推力产生; 输入功率大于 2.3 kW 时, 多余

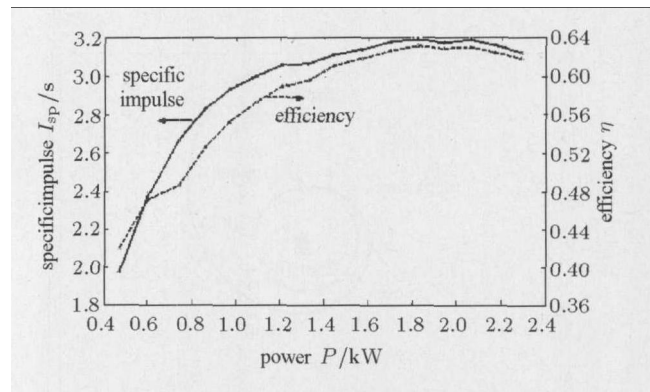


图 14 NSTAR 比冲和效率与输入功率的关系

Fig.14 NSTAR's specific and efficiency with respect to input power

的功率会被浪费. 单台 NSTAR 推进器最大推力幅值约为 90 mN. 探测器拟装备 3 台 NSTAR 推进器, 根据实际工作寿命, 每台推进器最多消耗 120 kg 工质, 对应约 14000 h 推进时间, 因此 3 台推进器最多可以消耗 360 kg 工质. 3 台推进器顺序工作, 每台推进器的输入功率为 P , 当一台推进器消耗满 120 kg 工质时, 下一台推进器启动. 顺序推进模式对太阳能电池阵的需求较低, 但推进器需要与 PPU (功率处理单元) 之间进行切换.

在实际电推进器运行过程中, 推力大小计算为 $T = [2\eta P / (g_e I_{sp})] \times D_c$ (对式 (4) 稍作修改). 其中, D_c 取 92%, 其含义是指连续推进过程被分为若干推进周期, 在每个周期中, 92% 的时间开机推进, 8% 的时间关机, 用于地面测控与导航.

3.2.1.3 太阳能电池阵的配置

探测器携带太阳能电池阵为 NSTAR 推进器提供电能, 电池阵提供的可用输入功率与探测器-太阳的距离平方成反比, 但单台推进器输入功率有上下限 (依据图 13)

$$P = P_0 / r^2, \quad 0.47 \text{ kW} \leq P \leq 2.3 \text{ kW} \quad (39)$$

式中, P_0 为太阳能电池阵在一个天文单位 (AU) 处所能提供的功率, P 为 NSTAR 电推进器实际输入功率, 决定了推进器的比冲、效率和推力幅值. 需要说明的是, P_0 不是事先指定的, 而是优化变量.

3.2.1.4 探测器质量初步分配

探测器质量初步分配的计算公式如下

$$m_0 = m_{P/L} + \alpha P_0 + \beta m_{\text{fuel}} + \gamma m_{\text{sep}} \quad (40)$$

式中, m_0 是发射质量, 即探测器初始质量; m_{fuel} 是工质质量, βm_{fuel} 为工质存储系统 (储箱 + 工质) 的质量; $m_{\text{sep}} = 257 \text{ kg}$ 是探测器平台固定

质量；太阳能电池阵 (αP_0) 的质量取决于初始功率 P_0 , $m_{P/L}$ 为有效载荷质量. 各项系数取值暂定为 $\alpha = 6.4939 \text{ kW/kg}$, $\beta = 1.1582$, $\gamma = 1.1299$ (这些取值还需进一步论证). 有效载荷质量 $m_{P/L}$ 是轨道优化的目标函数, 也就是说在工质质量有限的情况下使 $m_{P/L}$ 最大化.

3.2.1.5 飞行轨道模式

探测器发射后与地球形成 1:1 准共振轨道, 经过约 1 a, 探测器飞越地球获得引力加速, 随后到达小行星, 并实施一系列探测活动, 如绕飞探测、着陆小行星表面、在小行星上安置探测仪器以及采集样品等. 这里假设探测器至少需要在 Eros 停留 90 d 完成各项工作, 并且离开 Eros 返回地球时的质量损失假设为 100 kg, 包括驻留采样设备和将返回的采样样品等. 返回地球时, 飞船以弹道方式回归, 返回速度在 125 km 的近地点小于 15 km/s. 选择地球作为借力天体, 考虑到测控相对容易, 而且地球质量大, 可以获得较大的无需消耗工质的速度脉冲.

3.2.1.6 设计结果

通过优化设计, 可以得到表 3 中的标称设计结果, 其中, 载荷质量作为最大化目标.

表 3 Eros 采样返回轨道优化设计结果

Table 3 Optimal solution for the Eros's sample-return trajectory

Contents	Solutions
launch date	Dec. 5, 2021
return date	Jan 28, 2028
total flight time/a	6.14
Eros arrival date	Apr. 7, 2025
Eros leaving date	Jan. 29, 2026
Eros stay duration/d	297.33
mass at launch /kg	994.39
mass at return /kg	651.38
propellant mass/kg	243.00
payload mass	406.40 kg (maximized)
escape energy $C_3/(\text{km}^2 \cdot \text{s}^{-2})$	0.181
Earth flyby date	Jan.26,2023
velocity gained from gravity assist/ ($\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$)	6.97
Earth flyby altitude/km	606.21
velocity relative to Earth at return/ ($\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$)	7.65
velocity at reentry/ ($\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$)	13.45
P_0/kW	2.042

推进器输入功率以及推力幅值随时间变化的函数如图 15, 它们均随着探测器-太阳距离的变化而变化的. 图 16 为投影到黄道面的飞行轨道.

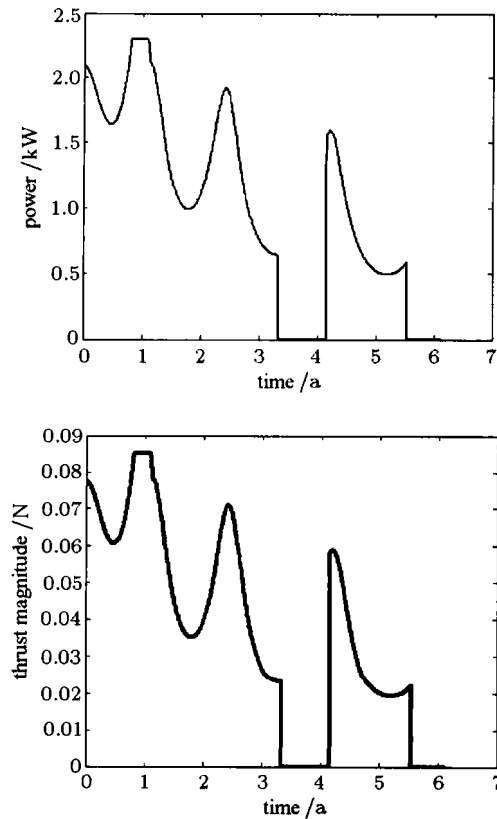


图 15 输入功率和推力幅值随时间的变化情况

Fig.15 Time histories of input power and thrust magnitude

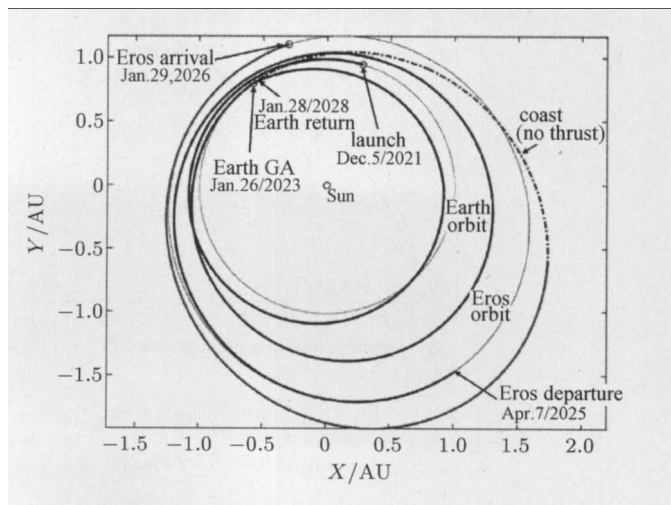


图 16 投影在黄道面的 Eros 采样返回飞行轨道

Fig.16 The Eros's sample-return trajectory projected in the ecliptical plane

3.2.1.7 基本结论

(1) 首先需要指出的是, 初始探测器质量 m_0 和 1 AU 处输入功率 P_0 均是优化设计的结果, 并非事

先给定的. 可以看出, 探测其初始质量小于 1000 kg, 太阳能电池阵输出功率大约在 1 AU 处 2 kW 左右, 采用小型卫星平台即可满足质量和功率的需求.

(2) 采用 3 台 NSTAR 推进器可以掌握多台发动机切换的技术, 为了减少输入功率, 每台推进器依次工作, 如果 3 台推进器同时启动工作, 可以缩短飞行时间, 但需要约 6 kW 太阳能电池阵, 不太适用于小型卫星平台.

(3) 为了能够到达小行星, 采用一次地球引力辅助可以节省燃料, 并将任务时间限制在 6 a 左右, 地球引力辅助的主要作用是改变日心系飞行轨道的半长轴和倾角.

(4) 本文提出的初步方案与日本 Hayabusa 探测器相比, 载荷质量更大, 功能更强, 可以采用常规火箭发射, 可以适用于一大类小行星采样返回任务 (轨道半长轴在 1.4~2.5 AU).

3.2.2 冥王星 - 柯伊伯带飞越

美国“新地平线”探测器 (New Horizon) 已于 2006 年 1 月发射飞往遥远的冥王星^[122], 预计将耗时约 10 a 之久. 该计划实施的同时也论证了利用 NEXT 电推进器的飞行方案. 论证方案拟装备 4 台 NEXT 电推进器, 计划 2008 年利用运载火箭 Delta IV 4450 发射, 到达冥王星的时间不超过 2019 年 8 月 29 日.

由于采用太阳能电池阵提供电能, NEXT 电推进器在 3 AU 之外不再工作, 因此探测器必须考虑在距离太阳 3 AU 以内的空间获得足够的速度, 然后以无推力形式飞越冥王星并穿越柯伊伯带. 同样, 在推进介质有限的情况下, 希望承载尽可能多的有效载荷. 综合优化考虑的各个环节将依次给予描述 (运载发射不再详述).

3.2.2.1 NEXT 电推进器参数

在给定输入功率情况下, NEXT 电推进器的比冲和效率是可以调节的, 它们可用下述函数表达

$$\left. \begin{aligned} I_{sp} &= I_{sp,L} + a(I_{sp,U} - I_{sp,L}) \\ \eta &= \eta_L + a(\eta_U - \eta_L) \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

$$\left. \begin{aligned} I_{sp,L} &= \sum_{n=0}^m c_n P^n, \quad I_{sp,U} = \sum_{n=0}^m d_n P^n \\ \eta_L &= \sum_{n=0}^m e_n P^n, \quad \eta_U = \sum_{n=0}^m f_n P^n \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

式中的下标 U 和 L 分别表示物理量的上下边界, 即 I_{sp} 和 η 的上下边界值都表示为输入功率的多项式, 其中 c_n, d_n, e_n 以及 f_n 均为相应的系数, 如图 17 所示. 实际的 I_{sp} 和 η 取决于可调参数 a (均介于 0 和 1 之间), a 是优化变量.

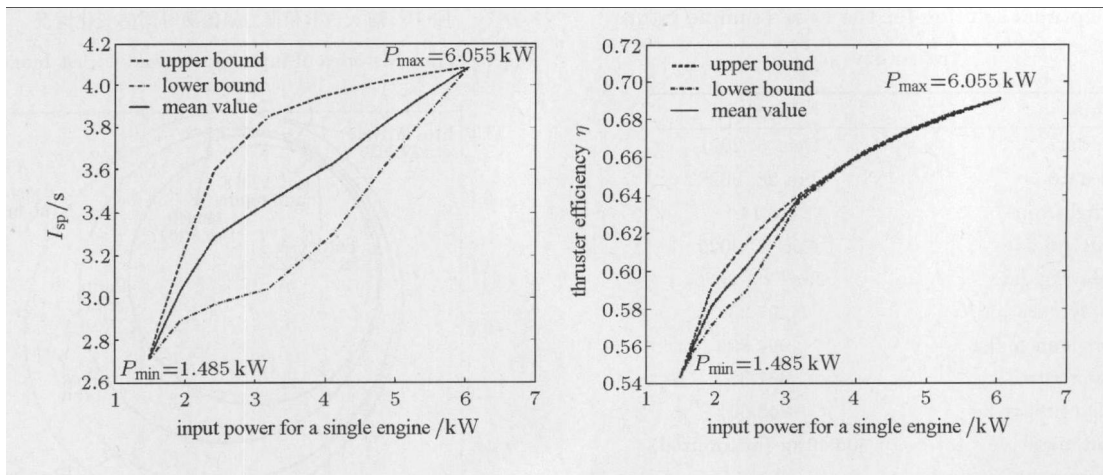


图 17 单台 NEXT 推进器的比冲和效率

Fig.17 NEXT's specific and efficiency with respect to input power

可以看出, NEXT 的输入功率比 NSTAR 大两倍多, 最大功率约 6 kW, 最小功率约 1.5 kW, 若多台电推进器能够同时工作, 可以产生更大的推力.

3.2.2.2 NEXT 电推进器功率分配问题

在探测器飞行过程中, 如何向 4 个推进器分配功率是一个重要问题, 这是由于探测器与太阳之间

的距离变化较大引起功率变化较大. 例如, 10 kW 的功率可以平均分配给 4, 3, 2 个推进器, 如图 18 所示. 本文中的推进器功率分配有两种方案. 方案 1 是将总功率平均分配给尽可能多的推进器, 方案 2 是将总功率平均分配给尽可能少的推进器. 这两种推进器开关逻辑方案 (switching logic I 与 switching

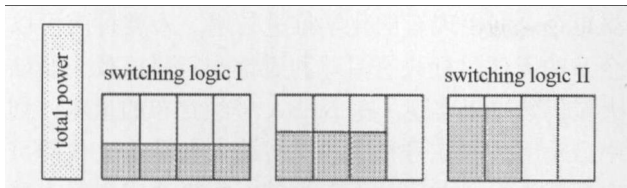


图 18 功率分配示意图

Fig.18 Illustration of power distribution

logic II) 在文献 [123] 中有详细的说明。

3.2.2.3 太阳能电池阵的配置

探测器携带太阳能电池阵为 NEXT 推进器提供电能, 电池阵提供的可用输入功率与探测器-太阳的距离平方成反比, 但具有上限

$$P = P_0/r^2, \quad P \leq 2P_0 \quad (43)$$

式中, P_0 为太阳能电池阵在一个天文单位处所能提供的功率, 是优化变量. P 将按照开关逻辑方案平均分配到多台推进器中. 如果 P 小于最小功率 1.5 kW, 没有推进器工作, 如果 P 大于最大功率 6 kW 的 4 倍 (24 kW), 所有电推进器满负荷工作. 与 3.2.1 节算例相同, D_c 取为 92%.

3.2.2.4 探测器质量初步分配

探测器质量初步分配仍采用计算公式 (40), 其中, $\alpha = 6.68 \text{ kg/kW}$, $\beta = 1.134$, $\gamma m_{\text{sep}} = 598.8 \text{ kg}$, m_{fuel} 上限为 520 kg, 包括 10% 的冗余工质. 有效载荷质量 $m_{P/L}$ 为最大化的目标函数.

3.2.2.5 飞行轨道模式

探测器发射后进入一个日心大椭圆轨道, 通过飞越金星获得速度, 然后继续加速使得相对太阳的轨

道从椭圆转换为双曲线轨道. 探测器距离太阳 3 AU 之后不再施加推力, 依靠自身惯性基本沿着直线飞往冥王星.

3.2.2.6 设计结果

表 4 给出了两种推力器开关逻辑方案的标称设计结果. 从发射到距离太阳 3 AU 之处, 可用功率和启动的电推进器台数在图 19 中给出. 图 20 为比冲随时间的变化情况, 当启动的推进器台数发生变化时, 比冲也会切换. 图 21 为投影到黄道面的飞行轨道, 探测器发射后一直施加推力 (burn), 并利用金星引力辅助 (VGA), 在距离太阳 3 AU 之处推力关闭, 最终以无推力滑行 (coast) 的方式飞往冥王星.

3.2.2.7 基本结论

(1) 基于 switching logic II 的飞行方案能够携带更多载荷, 将总功率平均分配给尽可能少的推进器, 推力器工作比冲高, 均保持在 3500 s 以上, 从而可承载更多有效载荷.

(2) 冥王星-柯伊泊带飞越任务采用了金星引力加速考虑如下因素: (a) 考虑靠近太阳时太阳能电池阵可以获得更大输入功率; (b) 降低运载能力的需求; (c) 通过调整金星的引力加速的形式 (主要是金星飞越高度和接近金星的方向), 可以调整双曲线轨道渐进方向, 增加发射窗口宽度.

(3) 太阳能电池阵功率需求超过 15 kW 左右, 工程实现有难度; 另外, 距离太阳 3 AU 之后无法利用太阳能, 轨道调整还需配置其他能源和推进方式. 该方案最终没有被采用.

表 4 冥王星-柯伊泊带飞越轨道设计结果^[123]Table 4 Optimal solutions for the Pluto-Kuiper-belt flyby trajectories^[123]

Contents	Switching logic I	Switching logic II
flight time/a	11.43	11.44
arrival date	August 29, 2019	August 29, 2019
launch mass /kg	1919	2089
escape energy $C_3/(\text{km}^2\cdot\text{s}^{-2})$	34.4	31.7
payload mass /kg	624(maximized)	776(maximized)
propellant consumption/kg	520.0(47.3 redundant)	520.00 (47.3 redundant)
P_0/kW	15.96	18.64
coefficient a (two values for two burns)*	1.0, 0.58	1.0, 1.0

* 注: 两个推进段为地球—金星与金星—3AU 处

* Note: Two burns are the Earth-Venus and Venus-3AU orbit segments

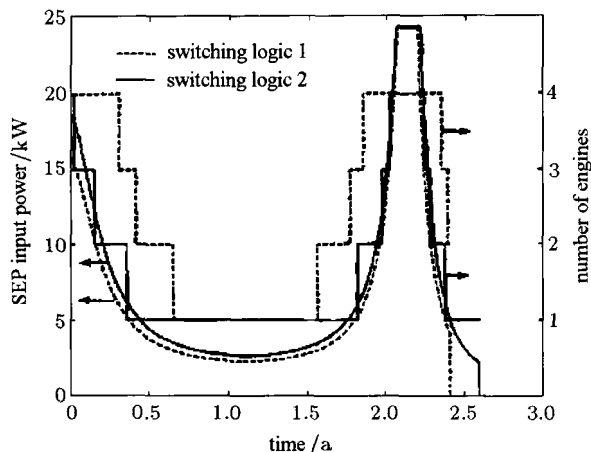


图 19 可用功率和电推进器工作台数 [123]

Fig.19 Available input power and the number of operating thrusters [123]

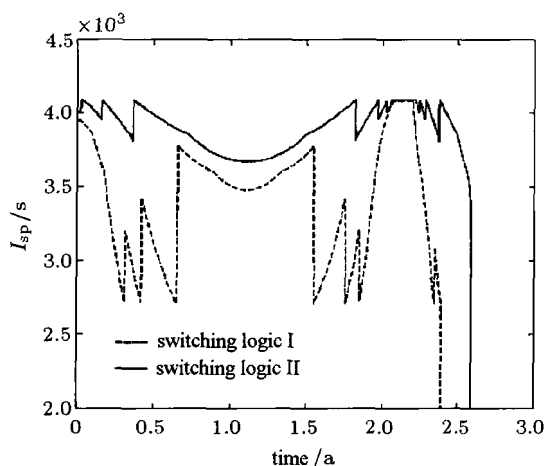


图 20 比冲随时间的变化

Fig.20 Time histories of specific impulses

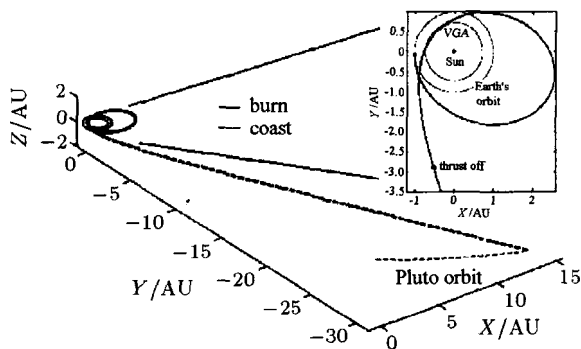


图 21 冥王星-柯伊泊带飞越轨道

Fig.21 The Pluto-Kuiper-belt flyby trajectory (switching logic II)

3.3 电火箭载人星际航行设想

从 20 世纪 60 年代开始的载人航天经历了地球轨道飞行和登陆月球之后, 没有能够继续让人类飞

得更远. 利用现有的化学推进技术, 人类目前可以企及的天体目标只有月球和近地小行星, 载人登陆火星仍然难以实现. 在 NASA 曾经宣布的星座计划中, 采用战神 5 号和战神 1 号载人火箭各 1 枚即可实现载人登月并安全返回地球. 如果要实现载人登陆火星, 则需要采用 9 枚战神 5 号和 1 枚战神 1 号载人火箭, 实施多次近地轨道交会对接, 工程上难以实施, 几乎无法实现. 为了实现载人登陆火星以及更远的载人深空探测, 人类必须着眼于研究大推力高比冲的空间推进技术. 为了实现大推力高比冲的目标, 电推进技术成为极具前途的选择. 然而, 电推进技术应用的瓶颈为驱动等离子体以更高速度喷射的大功率空间电能. 可变比冲磁等离子火箭 VASIMR [8] 的目标是利用上百千瓦甚至兆瓦级甚至更高的输入电能产生高达上百牛顿的推力, 比冲可达上万秒的水平.

高性能的太阳能电池阵技术是大功率空间电源的可选技术之一. 目前, 国际空间站可以产生约 260 kW 电功率, 以此推算可以实现至少牛顿量级的推力. 以此为依据, 已有学者提出基于电推进技术的载人探测近地小行星的设想方案 [124-125], 并提出为载人飞船建造 300 kW 太阳能电池阵 [126]. 另外, 太阳能电推进还可以应用于深空探测的货运飞船, 在转移时间上可以更加宽松, 而在载货量上增加负载, 作为载人深空探测的先行军和物资后勤. 然而, 太阳能电池阵所能提供的功率依然有限, 要产生兆瓦量级甚至更高功率, 从目前技术发展来看, 发展空间核能技术是一个重要选项.

空间核电源主要有放射性同位素温差发电机与核裂变发电机. 同位素温差发电机仅能提供百瓦到千瓦量级功率, 可以用于无人深空探测器 [127-130], 由于不受探测器-太阳距离的影响, 特别适合太阳系外行星探测, 如木星及木星以远, 但同位素温差发电机无法企及应用于载人深空飞行. 基于核裂变发电机的核电推进 (nuclear electric propulsion) 有望产生兆瓦量级功率, 驱动电推进器产生百牛顿量级推力. 它与另一种利用核能作为推进方式的热核推进 (nuclear thermal propulsion) 是有区别的. 热核推进直接通过核能将工质喷射, 没有电离和等离子加速的环节, 比冲一般只能达到 1000 s 左右, 不及核电推进比冲高. 对于核电推进的应用, 文献 [131] 描述了利用 VASIMR 等离子火箭将航天员送上火星的设想.

载人电火箭星际航行由于追求快速到达目的地, 飞行轨道设计其实并不复杂, 它的难点主要在

于如何实施一项复杂的系统工程. 在解决推进和空间电能技术之前, 整体方案的设计与综合优化还无从谈起, 但可以想象这将是非常复杂的问题. 尽管还存在诸多问题有待解决, 电火箭或许是载人星际航行的一个重要选择, 虽然航天界对它还有争论与不同意见, 但它至少让我们设想着如何登陆近地小行星和火星.

4 结束语

电火箭技术经历了约一个世纪的发展已经日渐成熟, 各航天大国均已研制了若干不同原理机制的电推进系统, 它们的性能也在实际飞行中得到了验证. 钱学森先生曾在 20 世纪 60 年代提出的电火箭星际航行已经部分成为现实. 电推进技术的所有进展都表明它在星际航行越来越具有广泛的应用前景. 本文对电火箭星际航行的技术进展、轨道设计与综合优化给予了较全面的介绍, 旨在让读者能够了解电火箭星际航行轨道的基本内容和实现途径.

连续推力飞行轨道是随着电推进技术的应用而提出的. 本文描述了连续推力飞行轨道基本模型、主要设计方法以及多目标探测飞行轨道概念. 连续推力飞行轨道优化问题的研究引入了若干新方法, 例如最优控制、非线性规划、常微分方程边值问题求解、同伦延拓等, 这些方法与研究人造地球卫星轨道的传统摄动方法有本质的不同, 为航天器轨道研究注入了新的内容.

深空探测将极大地推动电推进技术的进一步发展; 反过来, 电推进技术也为深空飞行带来了令人鼓舞的推动力, 并为载人深空飞行带来了希望的曙光. 在钱学森先生百年诞辰之际的 2011 年, 我国航天事业取得了辉煌的成就: 嫦娥 2 号从月球轨道起飞到达日地 L2 点、神舟八号飞船与天宫一号成功实现交会对接、探月二期月球软着陆工程正在推进、我国深空探测也即将拉开帷幕. 与此同时, 我国相关机构也开始论证电推进应用于深空探测的可行性.

本文最后, 祝愿我国早日开启电火箭星际航行时代, 祝愿人类早日登陆火星并向太阳系深处挺进!

参 考 文 献

- 1 钱学森. 星际航行概论. 北京: 科学出版社, 1963. 149, 167 (Hsue-Shen Tsien. Introduction to Interplanetary Travel. Beijing: Science Press, 1963. 149, 167 (in Chinese))
- 2 Tsien HS. Takeoff from satellite orbit. *Journal of American Rocket Society*, 1953, 23: 233-236
- 3 McInnes CR. Solar Sailing: Technology, Dynamics, and Mission Applications. Chichester: Springer-Praxis Publishing Ltd, 1999
- 4 Cosmo ML, Lorenzini EC. Tethers in space handbook - third edition, prepared for NASA/MSFC by Smithsonian Astrophysical Observatory, Cambridge, MA, 1997
- 5 Zubin RM, Andrews DG. Magnetic sails and interplanetary travel. *Journal of Spacecraft and Rockets*. 1991, 28(2): 197-203
- 6 Winglee RM, Slough J, Ziemba T, et al. Mini-magnetospheric plasma propulsion - tapping the energy of the solar wind for spacecraft propulsion. *Journal of Geophysical Research*, 2000, 105(A9): 21067-21077
- 7 Peck MA. Lorentz-actuated orbits: electrodynamic propulsion without a tether. NASA Institute for Advanced Concepts, Phase I Final Report. 2006
- 8 Chang Diaz FR. The VASIMR rocket. *Scientific American*, 2000, 283(5): 90-97
- 9 Goebel DM, Katz I. Fundamentals of Electric Propulsion: Ion and Hall Thrusters. JPL Space Science and Technology Series. New York: John Wiley & Sons Inc, 2008
- 10 Robert GJ. Physics of Electric Propulsion. New York: Dover Publications, 2006
- 11 Choueiri EY. A critical history of electric propulsion: the first 50 years (1906-1956). *Journal of Propulsion and Power*, 2004, 20(2): 193-203
- 12 Rayman MD, Williams SN. Design of the first interplanetary solar electric propulsion mission. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2002, 39(4): 589-595
- 13 Kugelberg J, Bodin P, Persson S, et al. Accommodating electric propulsion on SMART-1. *Acta Astronautica*, 2004, 55(2): 121-130
- 14 Kawaguchi J, Uesugi K, Fujiwara A. The MUSES-C mission for the sample and return - its technology development status and readiness. *Acta Astronautica*, 2003, 52(2-6): 117-123
- 15 Russell CT, Capaccioni F. Dawn discovery mission to Vesta and Ceres: present status. *Advances in Space Research*, 2006, 38: 2043-2048
- 16 Grard R, Novara M, Scoon G. BepiColombo - A multidisciplinary mission to the hot planet. *ESA Bulletin*, 2000, 103: 11-19
- 17 Drinkwater MR, Floberghagen R, Haagmans R, et al. GOCE: ESA's first earth explorer core mission. In: Beutler GB, Drinkwater M, Rummel R, et al. Earth Gravity Field from Space - from Sensors to Earth Sciences. In the Space Sciences Series of ISSI, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Netherlands, 2003, 18: 419-432
- 18 LISA, <http://lisa.nasa.gov/>
- 19 Brouwer D, Clemence GM. Methods of Celestial Mechanics. New York and London: Academy Press Inc, 1961
- 20 刘林. 人造地球卫星轨道动力学. 北京: 高等教育出版社, 1992 (Liu Lin. Dynamics of Artificial Earth-Orbit Satellites. Beijing: High Education Press, 1992(in Chinese))

- 21 Gao Y. Advances in low-thrust trajectory optimization and flight mechanics. [PhD Thesis]. USA: University of Missouri-Columbia, 2003
- 22 胡维多, Scheeres, 向开恒. 飞行器近小行星轨道动力学的特点及研究意义. 天文学进展. 2009, 27(2): 152-166 (Hu Weiduo, Scherres, Xiang Kaiheng. The characteristics of near asteroid orbital dynamics and its implication to mission analysis. *Progress in Astronomy*, 2009, 27(2): 152-166 (in Chinese))
- 23 Szebehely VG. Theory of Orbits -the Restricted Problem of Three Bodies. New York: Academic Press, 1967
- 24 Belbruno E. Capture Dynamics and Chaotic Motions in Celestial Mechanics: with Applications to the Construction of Low Energy Transfers. Princeton: Princeton University Press, 2004
- 25 Gomez G, Koony WS, Lo MW, et al. Invariant manifolds, the spatial three-body problem and space mission design, AAS-01-301, 2001
- 26 Lo M, Ross S. Low energy interplanetary transfers using invariant manifolds of L1 and L2 and halo orbits. In: Proceeding of AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting, Monterey, CA, 1998
- 27 Koon WS, Lo MW, Marsden JE, et al. Heteroclinic connections between periodic orbits and resonance transitions in celestial mechanics. *Chaos*, 2000, 10(2): 427-469
- 28 Walker MJH, Ireland B, Owens J. A set of modified equinoctial orbit elements. *Celestial Mechanics*, 1985, 36(4): 409-419
- 29 Broucke RA, Cefola PJ. On the equinoctial orbit elements. *Celestial Mechanics*, 1972, 5(3): 303-310
- 30 Kechichian JA. Mechanics of trajectory optimization using nonlinear variational equations in polar coordinates. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1997, 20(4): 812-818
- 31 Hintz GR. Survey of orbit element sets. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2008, 31(3): 785-788
- 32 Kluever C, Oleson S. Direct approach for computing near-optimal low-thrust earth-orbit transfers. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 1998, 35(4): 897-903
- 33 Gao Y. Direct optimization of low-thrust many-revolution orbital transfers. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2009, 22(4): 426-433
- 34 Kechichian JA. Orbit raising with low-thrust tangential acceleration in presence of earth shadow. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 1998, 35(4): 516-525
- 35 Benney DJ. Escape from a circular orbit using tangential thrust. *Jet Propulsion*, 1958, 28: 167-169
- 36 Perkins FM. Flight mechanics of low-thrust spacecraft. *Journal of the Aerospace Sciences*, 1959, 26: 291-297
- 37 Startk HM, Arthur PD. Simple approximation solution for tangential, low-thrust trajectories. *Journal of the Aerospace Sciences*, 1961, 28: 897-898
- 38 Zee C-H. low constant tangential thrust spiral trajectories. *AIAA Journal*, 1963, 1(7): 1581-1583
- 39 Sukhanov AA, Prado AFB. Constant tangential low thrust trajectories near an oblate palnet. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2001, 24(4): 723-731
- 40 Gao Y, Kluever CA. Analytic orbital averaging technique for computing tangential-thrust trajectories. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2005, 28(6): 1320-1323
- 41 Gao Y. Low-thrust interplanetary transfers, including escape and capture trajectories. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2007, 30(6): 1814-1818
- 42 Gao Y, Kluever CA. Low-thrust guidance scheme for earth-capture trajectories. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2005, 28(2): 333-342
- 43 La Mantia M, Casalino L. Optimization of low-thrust capture and escape trajectories. AIAA 2005-4266, 2005
- 44 Kluever CA. Optimal earth-capture trajectories using electric propulsion. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2002, 25(3): 604-606
- 45 Petropoulos A, Whiffen G, Sims J. Simple control laws for continuous-thrust escape and capture and their use in optimization. AIAA 2002-4900, 2002
- 46 Melbourne WG, Sauer CGJr. Performance computations with pieced solutions of planetocentric and heliocentric trajectories for low-thrust missions. In: JPL Space Programs Summary, Jet Propulsion Laboratory, Pasadena, California, Dec. 31, 1965, IV (37-36): 14-19
- 47 Kohlhas CE, Penzo PA. Voyager mission description. *Space Science Reviews*, 1977, 21(2): 77-101
- 48 Diehl RE, Kaplan DI, Penzo PA. Satellite tour design of the Galileo mission. AIAA 83-16822, 1983
- 49 Matson DL, Spilker LJ, Lebreton JP. The cassini Huygens mission to the Saturnian system. *Space Science Reviews*, 2002, 104(1-4): 1-58
- 50 James VM, David WD, Robert WF. Trajectory design and maneuver strategy for the MESSENGER mission to Mercury. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2006, 43(5): 1054-1064
- 51 Longman RW, Schneider AM. Use of Jupiter's moons for gravity assist. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 1970, 7(5): 570-576
- 52 Cline JK. Satellite aided capture. *Celestial Mechanics*, 1979, 19: 405-415
- 53 Nock KT, Uphoff C. Satellite aided orbit capture. AAS 79-165, 1979
- 54 Malcolm M, McInnes C. Spacecraft planetary capture using gravity-assist maneuvers. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2005, 28(2): 365-368
- 55 Lynam AE, Kloster KW, Longuski JM. Multiple-satellite-aided capture at Jupiter using the Laplace resonance. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2010, 109(1): 59-84
- 56 Petropoulos A, Longuski JM. Shape-based algorithm for automated design of low thrust gravity assist trajectories. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2004, 41(5): 787-796
- 57 Casalino L, Colasurdo G, Pastore D. Optimal low-thrust trajectories using gravity assist. *Journal of Guidance,*

- Control, and Dynamics*, 1999, 22(5): 637-642
- 58 Vasile M. Preliminary design of low thrust multiple gravity assist trajectories. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2006, 43(5): 1065-1076
- 59 Bryson AE, Ho YC. Applied Optimal Control, Optimization, Estimation, and Control. New York: John Wiley & Sons, 1975
- 60 Lewis Frank L. Optimal Control. New York: A Wiley-Interscience Publication, 1986
- 61 胡寿松, 王执铨, 胡维礼. 最优控制理论与系统 (第二版). 北京: 科学出版社, 2005 (Hu Shousong, Wang Zhiqian, Hu Weili. Optimal Control Theory and System, 2nd edn. Beijing: Science Press, 2005 (in Chinese))
- 62 Kuhn HW, Tucker AW. Nonlinear programming. In: Proceedings of 2nd Berkeley Symposium. Berkeley: University of California Press, 1951. 481-492
- 63 Bazaraa MS, Sherali HD, Shetty CM. Nonlinear Programming Theory and Algorithm. New York: John Wiley & Sons Inc, 1993
- 64 Avriel M. Nonlinear programming: analysis and methods. New York: Dover Publishing, 2003
- 65 Stryk OV, Bulirsch R. Direct and indirect methods for trajectory optimization. *Annals of Operations Research*, 1992, 37(1): 357-373
- 66 Betts JT. Survey of numerical methods for trajectory optimization. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1998, 21(2): 193-207
- 67 Alemany K, Braun, R. Survey of global optimization methods for low thrust, multiple asteroid tour missions. AAS 07-211, 2007
- 68 李俊峰, 蒋方华. 连续小推力航天器探测轨道优化方法综述. 力学与实践, 2011, 33(3): 1-6 (Li Junfeng, Jiang Fanghua. Survey of low-thrust trajectory optimization methods for deep space exploration. *Mechanics in Engineering Mechanics in Engineering*, 2011, 33(3): 1-6 (in Chinese))
- 69 Kechichian JA. The optimization of continuous constant acceleration transfer trajectories in the presence of the J_2 perturbation. AAS 99-405, 1999
- 70 Kechichian JA. Optimal low-thrust-orbit-geostationary-earth-orbit intermediate acceleration orbit transfer. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1997, 20(4): 803-811
- 71 Kechichian JA. Mechanics of trajectory optimization using nonsingular variational equations in polar coordinates. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1997, 20(4): 812-818
- 72 Kechichian JA. Minimum-time low-thrust rendezvous and transfer using epoch mean longitude formulation. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1999, 22(3): 421-432
- 73 Ranieri CL, Ocampo CA. Optimization of roundtrip, time-constrained, finite burn trajectories via an indirect method. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2005, 28(2): 306-314
- 74 Ranieri CL, Ocampo CA. Indirect optimization of spiral trajectories. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2006, 29(6): 1360-1366
- 75 Mantia ML, Casalino L. Indirect optimization of low-thrust capture trajectories. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2006, 29(4): 1011-1014
- 76 Casalino LC, Colasurdo G, Sentinella MR. Indirect optimization method for low-thrust interplanetary trajectories, IEPC-2007-356, 2007
- 77 Kluever CA. Optimal low-thrust interplanetary trajectories by direct method techniques. *Journal of the Astronautical Sciences*, 1997, 45(3): 247-262
- 78 Gao Y, Li W. Systematic direct approach for optimizing continuous-thrust earth-orbit transfers. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2009, 29(1): 56-69
- 79 Betts JT. Optimal interplanetary orbit transfers by direct transcription. *Journal of the Astronautical Sciences*, 1994, 42(3): 247-268
- 80 Betts JT, Erb SO. Optimal low thrust trajectories to the moon. *SIAM Journal of Applied Dynamical Systems*, 2003, 2(2): 144-170
- 81 Betts JT. Using sparse nonlinear programming to compute low thrust orbit transfers. *Journal of the Astronautical Science*, 1993, 41(3): 349-371
- 82 Betts JT. Very low-thrust trajectory optimization using a direct SQP method. *Journal of Computational & Applied Mathematics*, 2000, 120(1): 27-40
- 83 Tang S, Conway BA. Optimization of low-thrust interplanetary trajectories using collocation and nonlinear programming. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1995, 18(5): 600-604
- 84 Herman AL, Conway BA. Direct optimization using collocation based on high-order-Gauss-Lobatto quadratic rules. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1994, 17(3): 480-487
- 85 Seywald H. Trajectory optimization based on differential inclusion. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1994, 17(3): 480-487
- 86 Kuma BR, Seywald H. Fuel-optimal stationkeeping via differential inclusions. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1995, 18(5): 1156-1161
- 87 Coverstone CV, William SN. Optimal low-thrust trajectories using differential inclusion concept. *Journal of the Astronautical Sciences*, 1996, 19(3): 592-599
- 88 Conway BA, Larson KM. Collocation versus differential inclusion in direct optimization. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1998, 21(5): 780-785
- 89 Fahroo F, Ross IM. A spectral patching method for direct trajectory optimization. *Journal of the Astronautical Sciences*, 2000, 48(2/3): 269-286
- 90 Fahroo F, Ross IM. Direct trajectory optimization by a Chebyshev pseudospectral method. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2002, 25(1): 160-166
- 91 Ross I, Gong Q, Sekhavat P. Low-thrust, high-accuracy trajectory optimization. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 2007, 30(4): 921-933

- 92 Gong Q, Fahroo F, Ross IM. Spectral algorithm for pseudospectral methods in optimal control. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 2008, 31(3): 460-471
- 93 Hull DG. Conversion of optimal control problems into parameter optimization problems. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1997, 20(1): 57-60
- 94 Ilgen MR. Hybrid method for computing optimal low thrust OTV trajectories. *Advances in the Astronautical Sciences*, 1994, 87(2): 941-958
- 95 Zondervan KP, Wood LJ, Caughey TK. Optimal low-thrust, three-burn orbit transfers with large plane changes. *Journal of the Astronautical Sciences*, 1984, 32(3): 407-427
- 96 Kluever CA, Pierson BL. Optimal low-thrust earth-moon transfers with a switching function structure. *Journal of the Astronautical Sciences*, 1994, 42(3): 269-283
- 97 Kluever CA, Pierson BL. Optimal low-thrust three-dimensional earth-moon trajectories. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1995, 18(4): 830-837
- 98 Gao Y, Kluever CA. Low-thrust interplanetary orbit transfers using hybrid trajectory optimization method with multiple shooting. AIAA-2004-5088, 2004
- 99 Dixon LCW, Bartholomev-Biggs MC. Adjoint-control transformations for solving practical optimal control problems. *Optimal Control Applications and Methods*, 1981, 2(4): 365-381
- 100 Yan H, Wu H. Initial adjoint-Variable guess technique and its application in optimal orbit trajectory. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1999, 22(3): 490-492
- 101 Seywald H, Kumar RR. Finite difference scheme for automatic costate calculation. *Journal of Guidance Control & Dynamics*, 1996, 19(1): 231-239
- 102 Benson DA, et al. Direct trajectory optimization and costate estimation via an orthogonal collocation method. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2006, 29(6): 1435-1440
- 103 Bertrand R, Epenoy R. New smoothing techniques for solving bang-bang optimal control problem — numerical result and statistical interpretation. *Optimal Control Application and Methods*, 2002, 23: 171-197
- 104 Haberkorn T, Martinon P, Gergaud J. Low thrust minimum-fuel orbital transfer: a homotopic approach. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2004, 27(6): 1046-1060
- 105 Bai X, Turner JD, Junkins JL. Bang-bang control design by combing pseudospectral method with a novel homotopy algorithm. AIAA 2009-5955, 2009
- 106 Guo T, Jiang F, Li J. Homotopic approach and pseudospectral method applied jointly to low thrust trajectory optimization. *Acta Astronautica*, 2011, doi:10.1016/j.actaastro.2011.08.008
- 107 Senent J, Ocampo CA, Capella A. Low-thrust variable-specific-impulse transfers and guidance to unstable periodic orbits. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2005, 28(2): 280-290
- 108 Mingotti G, Topputo F, Bernelli-Zazzera F. Combined optimal low-thrust and stable-manifold trajectories to the earth-moon halo orbits. *New Trends in Astrodynamics and Applications III*, 2007, 886: 100-112
- 109 Howell KC, Ozimek MT. Low-thrust transfers in the earth-moon system including applications to libration point orbit. AAS 07-343, 2007
- 110 Gill PE, Murray W, Saunders MA. SNOPT: a SQP algorithm for large-scale constrained optimization. *SIAM Review*, 2005, 47(1): 99-131
- 111 Kim YH, Spencer DB. Optimal spacecraft rendezvous using genetic algorithms. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2002, 39(6): 859-865
- 112 Hartmann JW, Coverstone-Carroll VL, Williams SN. Optimal interplanetary spacecraft trajectories via a Pareto genetic algorithm. *Journal of the Astronautical Science*, 1998, 46(3): 267-282
- 113 Allgower EL, Georg K. Introduction to numerical continuation methods. SIAM Classics in Applied Mathematics 45. Philadelphia: SIAM, 2003
- 114 陈扬, 宝音贺西, 李俊峰. 我国小行星探测目标分析与电推进轨道设计. *中国科学: 物理学·力学·天文学*, 2011, 41(9): 1104-1111 (Chen Yang, Baoyin Hexi, Li Junfeng. Target analysis and low-thrust trajectory design of Chinese asteroid exploration mission. *Science Sinica: Physics, Mechanics, Astronomy*, 2011, 41(9): 1104-1111 (in Chinese))
- 115 Global Trajectory Optimization Competition. www.esa.int/gsp/ACT/inf/op/globopt.htm
- 116 李俊峰, 祝开建. 2005-2009 年国际深空轨迹优化竞赛综述. *力学与实践*, 2010, 32(4) (Li Junfeng, Zhu Kaijian. The review on international deep-space trajectory optimization competition during the year 2005 to 2009. *Mechanics in Engineering*, 2010, 32(4): 130-137 (in Chinese))
- 117 李俊峰. 2010 年国际深空探测轨道优化竞赛题目与竞赛结果. *力学与实践*, 2011, 33(2): 124 (Li Junfeng. Competition problems and results of the international deep-space trajectory design competition. *Mechanics in Engineering*, 2011, 33(2): 124 (in Chinese))
- 118 高扬, 祝开建, 李恒年等. 第二届全国深空轨道设计竞赛总结. *力学与实践*, 2011, 33(2): 116-123 (Gao Yang, Zhu Kaijian, Li Hengnian, et al. Summary of the 2nd Chinese deep-space trajectory design competition. *Mechanics in Engineering*, 2011, 33(2): 116-123(in Chinese))
- 119 何胜茂, 谭高威, 高扬. 第三届全国深空飞行轨道设计竞赛——中科院空间总体部设计结果. 百度文库 <http://wenku.baidu.com> (He Shengmao, Tan Gaowei, Gao Yang. The 3rd Chinese deep-space trajectory design competition: results submitted by the Chinese Academy of Sciences. <http://wenku.baidu.com> (in Chinese))
- 120 NSTAR Ion Engine, <http://www.boeing.com/defense-space/space/bss/factsheets/xips/nstar/ionengine.html>
- 121 Michael JP, et al. Next: NASA's evolutionary Xenon thruster development status. AIAA 2003-4862, 2003
- 122 New Horizons. http://www.nasa.gov/mission_pages/new-horizons/main/index.html

- 123 Gao Y, Kluever CA. Engine-switching strategies for interplanetary solar electric propulsion spacecraft. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2005, 42(4): 765-767
- 124 Landau D, Strange N. Human exploration of near-earth asteroids via solar electric propulsion. AAS 11-102, 2011
- 125 Landau D, Strange N. Near-earth asteroid accessible to human exploration with high-power electric propulsion, AAS 11-446, 2011
- 126 Brophy JR, Gershman R, Strange N, et al. 300-kW Solar electric propulsion system configuration for human exploration of near-earth asteroids. AIAA 2011-5514, 2011
- 127 Donahue B. Solar electric and nuclear thermal propulsion architectures for human mars missions beginning in 2033. AIAA 2010-6819, 2010
- 128 Oleson S, et al. Radioisotope electric propulsion for fast outer planetary orbiters. AIAA 2002-3967, 2002
- 129 Noble RJ. Radioisotope electric propulsion of spacecraft to the outer solar system and near-interstellar space. *Acta Astronautica*, 1999, 44(2): 193-199
- 130 Williams R, et al. Interplanetary sample return missions using radioisotope electric propulsion. AIAA 2005-4273, 2005
- 131 Ilin AV, Cassady LD, Glover TW, et al. VASIMR human mission to mars. In: *Proceeding of Space, Propulsion & Energy Sciences International Forum*. Univ. of Maryland, College Park, MD, USA. March 15-17, 2011

(责任编辑: 周冬冬)

INTERPLANETARY TRAVEL WITH ELECTRIC PROPULSION: TECHNOLOGICAL PROGRESS, TRAJECTORY DESIGN, AND COMPREHENSIVE OPTIMIZATION^{1),2)}

Gao Yang³⁾

(Chinese Academy of Sciences, Beijing 100094, China)

Abstract In 1963, Dr. Qian Xuesen (Tsien Hsue-Shen) pointed out the significance of the study on interplanetary travel, and revealed the potential utilization of electric propulsion in his book "Introduction to Interplanetary Travel" (in Chinese). Compared to traditional chemical propulsion, the high-specific-impulse electric propulsion is promising to carry more payloads and achieve enhanced flight performance for interplanetary travel. Meanwhile, the design and optimization of continuous-thrust transfer trajectories resulting from the use of electric propulsion have brought new research contents to the traditional spacecraft's orbital dynamics, and meanwhile guides the future development of electric propulsion. This article will present technological progress of electric propulsion, continuous-thrust trajectory design, and comprehensive optimization of interplanetary flight, attempting to describe the fundamental content and approach of the utilization of electric propulsion for interplanetary travel, as well as for manned deep-space flight.

Key words electric rocket, electric propulsion, interplanetary travel, continuous-thrust, trajectory design, comprehensive optimization, manned deep-space flight

Received 11 November 2011.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation (10603005) and the K.C. Wang Education Foundation.

2) In memory of Hsue-Shen Tsien's 100th anniversary.

3) Gao Yang, Winner of the First Chinese Deep-Space Trajectory Design Competition in 2009, and the First "Lu Jia-xi Young Talent Award" of Chinese Academy of Sciences in 2008. E-mail: gaoy@aoe.ac.cn