

## 第二届全国深空轨道设计竞赛总结

高扬\* 祝开建<sup>†</sup> 李恒年<sup>†</sup> 车征<sup>†</sup>

(\*中国科学院空间科学与应用总体部, 中国科学院光电研究院, 北京 100090)

(<sup>†</sup>中国西安卫星测控中心宇航动力学国家重点实验室, 西安 710043)

**摘要** 简要地总结了第二届全国深空轨道设计竞赛的题目、评价标准、各参赛队设计结果以及从设计结果获得的启示。

**关键词** 竞赛, 深空轨道设计

2010 年第二届全国深空轨道设计竞赛由中国力学学会、中国科学院空间科学与应用总体部和中国西安卫星测控中心宇航动力学国家重点实验室联合主办。竞赛通知于 2010 年 1 月 1 日发出后, 全国共有 30 余支队伍报名参赛。2010 年 3 月 25 日竞赛题目公布, 并要求参赛队于 2010 年 5 月 15 日前提交设计结果。本次竞赛题目的应用背景为深空多任务探测, 通过设计最优的控制策略和飞行轨道, 实现对多颗近地小天体的科学探测, 同时将携带的火星着陆器投放到火星。最终, 有 15 支队伍按照要求提交了设计结果, 经过竞赛主办方的审核, 确定了 12 个有效设计结果, 其中, 清华大学航天航空学院参赛队获得第一名, 国防科技大学航天与材料工程学院和中国科学院空间科学与应用研究中心参赛队分别获得第二和第三名, 南京大学天文系、中国科学院紫金山天文台等 9 支参赛队获得优胜奖。

### 1 竞赛题目与评价标准

由于深空探测任务持续时间长、成本高, 各航天大国越来越重视“多任务”探测的需求。本次竞赛题目的应用背景为小天体和火星探测, 深空探测器飞越并最终撞击小行星, 同时兼顾携带一个火星着陆器。预计在不久的将来, 世界各国会有若干环绕火星的轨道器, 着陆器可利用火星轨道器作为中继与地球通信或与轨道器相互通信实施无线电探测。探测器只需将着陆器送入飞往火星的轨道, 而探测器自身不必进入环火星轨道。如图 1 所示, 探测器携带着陆器由运载火箭发射, 探测器的质量为  $m_{sc}$ (包含推进工质的质量), 着陆器的质量为  $m_{lander}$ , 探测器和着陆器的总初始质量为固定的 1 500 kg。探测器具有独立的变轨能力, 着陆器没有独立的变轨能力。探测器任务之一是选择合适的时机释放着陆器, 释放后的着陆器飞往火星并着陆, 期望着陆器的质量尽可能大; 探测器任务之二是造访尽可能多的小天体(认为探测器从小天体近旁飞越), 并对最后造访的小天体实施撞击, 撞击动能尽可能大。共有 168 个小天体可作为探测器飞越和撞击的目标, 如图 2 所示, 这些小天体的星历通过一个文本文件给出。

本文于 2010-10-11 收到。

1) E-mail: gaoy@aoe.ac.cn

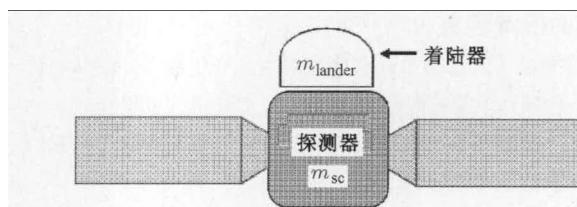


图 1 探测器和着陆器的示意图

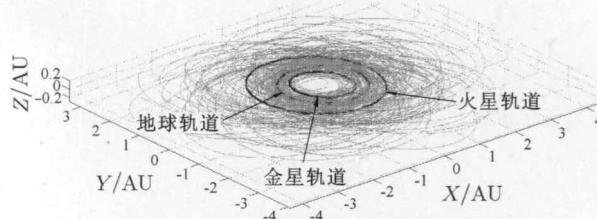
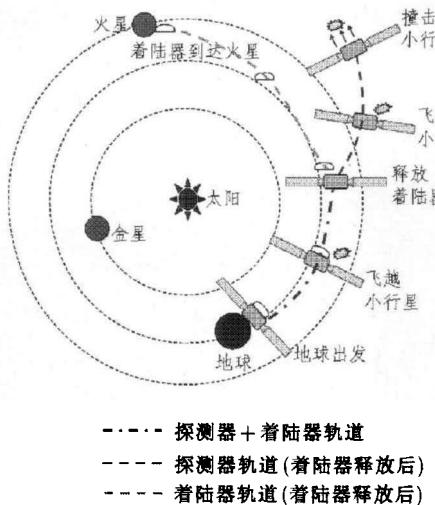


图 2 天体轨道示意图(地球、金星、火星和 168 颗小天体, 所有天体运行均遵循理想二体轨道运动, 图中 AU 为天文单位, 后同)

探测器和着陆器的飞行过程如图 3 所示。探测器(携带着陆器)于 2015 年 1 月 1 日 ~2020 年 12 月 31 日之间某一时刻从地球出发。探测器选择合适的时机释放着陆器(着陆器以“零”相对速度“瞬间”与探测器分离), 此后着陆器无动力地飞向火星(忽略用于中途轨道修正的推进工质消耗, 认为着陆器质量恒定), 到达火星时与火星的相对速度不得大于 5 km/s, 否则着陆器无法利用火星大气减速实现着陆。探测器可以在到达火星的时刻释放着陆器, 在这种情况下, 认为着陆器直接着陆而不存在无动力飞向火星的阶段(此刻, 探测器与火星的相对速度不得大于 5 km/s)。探测器飞越小天体可以发生在着陆器释放前或后。在着陆器释放前, 探测器不得实施小天体撞击, 着陆器释放时刻可以与小天体飞越或撞击时刻重合。探测器撞击小天体时刻的质量不得小于 100 kg。从地球出发时刻算起, 着陆器到达火星和探测器撞击小天体必须在 8 年内完成, 二者可不分先后, 但必须完成。探测器飞越小天体的个数(不包括撞击)可以为零, 探测器造访的所有小天体(包括飞越和撞击)不能重复。

探测器的推进系统可以采用两种方式中的一种: (1) 有限推力的电推进, 推进比冲为 1 500 s, 推力最大值为 0.2 N,



$$J_i = \frac{1}{3} \left[ \frac{J_1^{(i)}}{\max(J_1^{(1)}, J_1^{(2)}, \dots, J_1^{(N)})} + \frac{J_2^{(i)}}{\max(J_2^{(1)}, J_2^{(2)}, \dots, J_2^{(N)})} + \frac{J_3^{(i)}}{\max(J_3^{(1)}, J_3^{(2)}, \dots, J_3^{(N)})} \right] \quad (4)$$

按照  $J_i$  的大小排序,  $J_i$  值最大的设计结果为最佳.

式 (4) 等式右边的  $J_1^{(i)}$ ,  $J_2^{(i)}$  和  $J_3^{(i)}$  为第  $i$  个设计结果的 3 个指标,  $\max$  表示取所有  $N$  个结果中的最大值 (分别对应 3 个指标). 本次题目提出了“多目标优化的深空轨道设计”的概念, 最终指标的计算公式在一定程度上给出了 3 种指标的加权, 但是这种加权没有采用固定值, 而是取决于  $N$  个设计结果. 各参赛队伍需自行判断各指标的权重, 从而使得最终指标达到最优.

推力大小和推力方向需要优化选取, 电推进发动机可任意开启和关闭; (2) 大推力的化学推进, 推进比冲为 450 s, 每次推进简化为瞬时速度脉冲, 每次速度脉冲的大小和方向需要优化选取, 施加速度脉冲的时刻和次数没有限制. 在最终提交的结果中, 每支参赛队伍只允许采用其中一种推进方式.

无论在着陆器释放前或后, 探测器和着陆器都可以利用行星引力辅助 (gravity assist, 或称借力飞行), 但只允许利用地球和金星的引力辅助, 借力次数不限 (可以为零, 即不采用引力辅助), 借力顺序不限. 即使探测器或着陆器从火星近旁飞越, 也不考虑火星的引力影响. 同样, 不考虑小天体的引力影响.

#### 最大化的性能指标有 3 个

$$J_1 = m_{\text{lander}}, m_{\text{lander}} > 0 \quad (1)$$

$$J_2 = E_{\text{impact}}, E_{\text{impact}} > 0 \quad (2)$$

$E_{\text{impact}} = m_{\text{sc}}(t_{\text{impact}}) \|v_{\text{rel}}\|^2 > 0$  为小天体撞击动能,  $m_{\text{sc}}(t_{\text{impact}})$  为撞击时刻探测器质量,  $v_{\text{rel}}$  为撞击时刻探测器与目标小天体的相对速度矢量.

$$J_3 = n, n \geq 1 \quad (3)$$

上述指标中,  $J_1$  为着陆器质量最大化 (kg);  $J_2$  为撞击小天体的动能最大化 ( $\text{kg} \cdot \text{km}^2/\text{s}^2$ );  $J_3$  为造访的小天体个数最大化 (个), 包括所有飞越和撞击的个数 (撞击是必须的, 飞越个数可以为零).

#### 评价标准:

(1) 首先, 设计结果需要在截止日期之前提交, 并且没有违反任何约束条件, 严重违反约束条件或在截止日期之后提交的结果不进入排名.

(2) 假设有  $N$  个结果正确并且满足约束条件, 第  $i$  个结果的最终指标为

## 2 题目和性能指标的说明

进入 21 世纪, 火星和近地小天体成为各航天大国深空探测的重点目标, 而且火星表面探测越来越受到关注. 以往的火星着陆探测器质量从几十到几百公斤<sup>[1-5]</sup>, 分别执行着不同复杂程度的探测任务. 近地小天体也是目前关注较多的探测目标, 而且已有若干已经或正在实施的探测任务<sup>[6-8]</sup>, 2009 年首届全国深空轨道设计的题目也是针对近地小行星的取样返回任务<sup>[9]</sup>. 由于近地小天体数目较多, 因此通过一次飞行任务能够探测多个目标是很有必要的. 在这种背景下, 本次竞赛选择了将火星和近地小天体作为探测目标, 也希望我国继探月之后适时开展火星和近地小天体探测任务.

本次竞赛考虑了两种推进系统, 一是选择目前技术相对成熟的以氙气为工质的电推进, 比冲为 1500 s; 二是选择以液氢液氧为工质的化学推进, 比冲为 450 s. 电推进和化学推进的比冲分别在千秒和百秒量级, 这是由于不同的推进机制所决定的. 选择电推进方式意味着需要设计持续小推力转移轨道. 虽然电推进比冲高, 但推力小, 不能直接推断基于电推进的轨道设计结果一定比化学推进要好. 此外, 行星引力辅助也是实施深空飞行的一个重要技术, 在以往的深空轨道中已经广泛应用, 可以大大减小推进工质的消耗.

本次竞赛提出了多目标优化的深空轨道设计, 而且评价标准采用了非固定加权的性能指标. 提出多目标优化的首要初衷是实现多任务探测以提高探测器的“性价比”. 按照性能指标的定义 (式 (4)), 很显然, 如果要准确地估计各指标权重, 设计者需要准确地估计各个指标的最大值. 提出多目标优化还有一个有待解决的问题, 即“多目标优化”的全局轨道优化设计问题能否发展出一些较为普遍的方法. 当然, 要解决这个问题, 各种思路和方法的交流是一个很重要的途径, 在这个意义上, 多目标优化意在鼓励各参赛队采用不同方法设计轨道.

### 3 竞赛结果

从 2010 年 3 月 25 日起, 经过大約 50 天的努力, 共有 15 支队伍提交了设计结果, 经过主办方的审核, 最终确定了

12 个有效设计结果, 3 个结果违反了约束条件。性能指标和排名情况如表 1。

表 1 第二届深空轨道设计竞赛设计结果的性能指标与排名

名次	单位	推进方式	指标 1 $J_1 / \text{kg}$	指标 2 $J_2 / \text{kg} \cdot \text{km}^2 / \text{s}^2$	指标 3 $J_3 / \text{个}$	最终指标 /%
1	清华大学 航天航空学院 1 队	EP	800.0	2,666,317.0	11	89.58
2	国防科技大学 航天与材料工程学院	EP	700.0	1,013,771.5	8	58.51
3	中国科学院空间科学 与应用研究中心 南京大学天文系和	EP	460.0	373,190.0	13	50.92
4	中国科学院 紫金山天文台	CP	565.9	97,881.4	11	47.72
5	清华大学 航天航空学院 2 队	CP	750.0	799,062.5	3	47.49
6	哈尔滨工业大学 航天工程系	CP	588.0	92,949.7	10	46.50
7	中国科学院 紫金山天文台	CP	545.0	58,605.4	9	42.19
8	北京航空航天大学 宇航学院	CP	100.0	53,228.2	16	38.17
9	兰州大学 数学与统计学院	CP	537.8	28,039.4	7	37.34
10	解放军信息工程大学 测绘学院	CP	670.0	43,775.0	2	32.63
11	北京航天飞行 控制中心	CP	100.0	91,002.1	6	17.80
12	西安交通大学 电信学院	CP	260.0	173,037.9	1	15.08
*	南京航空航天大学 航天学院	EP	100.0	73,068.0	13	32.16
*	北京吉利大学	EP	300.0	11,789.0	9	31.40
*	南京航空航天大学 航天学院	EP	50.0	12,486.0	9	20.99

EP: 电推进 (持续小推力); CP: 化学推进 (速度脉冲); \*: 提交结果违反约束条件, 无排名

### 4 设计结果简介

由于版面所限, 本节只给出了前 4 名设计结果的飞行轨道和 R-T 图 (距离-时间图), 均摘自各队技术文档或根据所提交数据文件所绘, 并简要说明了各队的设计思路和方法。需要指出的是, 前 3 名均采用电推进方式, 即利用持续小推力实施变轨, 第 4 名在所有采用脉冲变轨的设计结果中性能指标最佳。

#### 4.1 第 1 名 (清华大学航天航空学院 1 队) 的设计结果如图 4, 图 5 所示

求解过程分为 4 个步骤: (1) 试算; (2) 全局粗略优化; (3) 局部精细优化; (4) 验证。运用的主要技术有甩摆技术 (行星引力辅助)、小推力轨迹优化同伦方法、协态变量初值

归一化方法应用的主要程序为: (1) 轨道根数转换函数; (2) Lambert 问题<sup>[10]</sup> 求解器; (3) 全局优化算法 PSO(粒子群算法); (4) 变步长七 (八) 阶龙格库塔积分器 RKF7(8) 与定步长四阶龙格库塔积分器 (RK4); (5) 非线性方程求解程序。采用了间接法和同伦法设计了小推力轨道, 小推力最优控制律为 Bang-Bang 控制, 并且利用了多次引力辅助, 包括一次探测器飞越地球和两次飞越金星, 着陆器一次飞越地球。由于题目没有约束探测器到太阳的最小距离 (一般来说工程上是需要约束的), 因此选择撞击运行在大偏心率椭圆轨道上的小天体, 并且将探测器轨道变为椭圆, 撞击时刻探测器和目标小天体均在各自轨道的近日点, 从而大大提高了撞击动能, 也间接地增大了着陆器的质量, 使得该设计结果在两个指标上均为最佳。

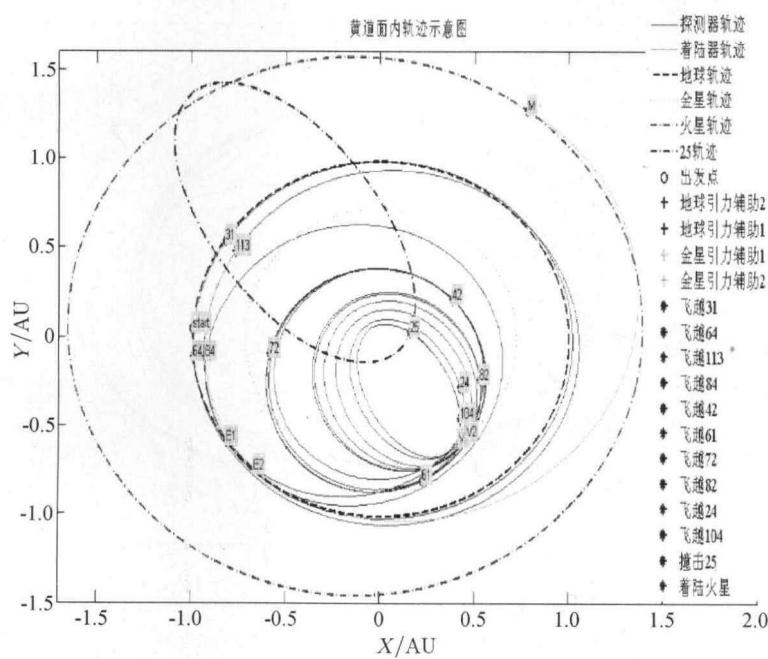
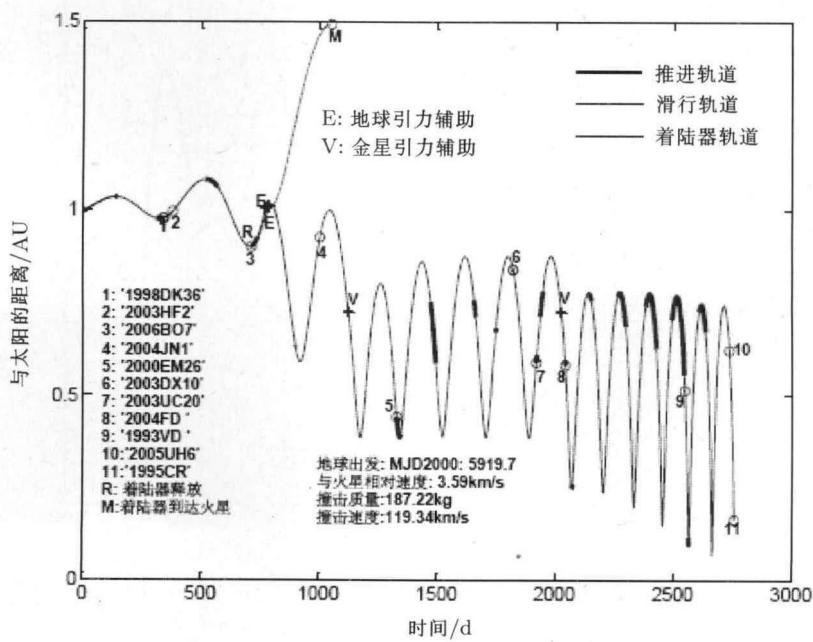


图 4 第 1 名设计的飞行轨道在黄道面的投影 (此图引自该队提交的技术文档)

图 5 第 1 名设计结果的  $R-T$  图 (距离-时间图)

#### 4.2 第 2 名 (国防科学技术大学) 的设计结果如图 6, 图 7 所示

首先, 根据 Lambert 算法求解脉冲推力轨道转移问题, 从地球出发至所有小天体和火星、金星所有分支中, 基于速度脉冲的冲量和飞行时间指标定界筛选较优分支, 同时计算

每颗小天体的撞击动能。从第二次飞越至下一次飞越重复上一过程, 根据对题目中设定的三个指标的权衡, 在上述较优飞行序列中选择最优序列。第二步将脉冲推力转移轨道转化为小推力轨道转移问题, 并对释放着陆器质量和撞击动能两个指标的分配进行进一步优化。

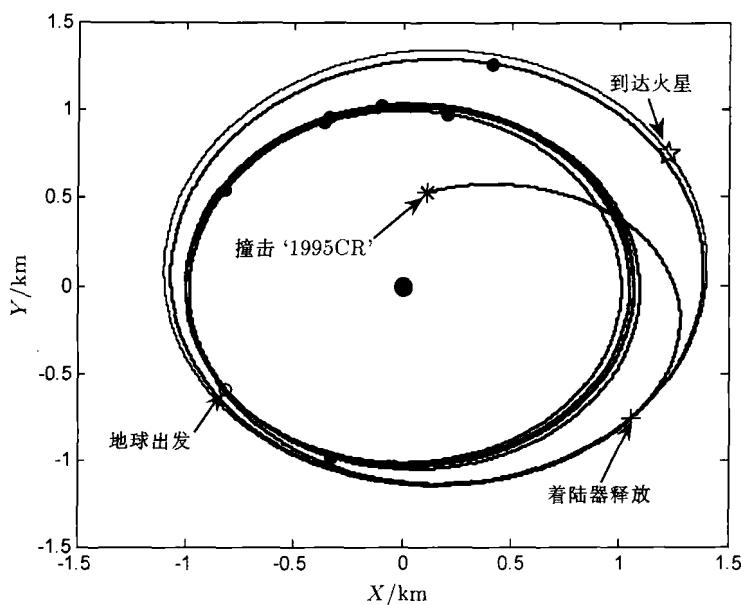


图 6 第 2 名设计的飞行轨道在黄道面的投影 (此图引自该队提交的技术文档)

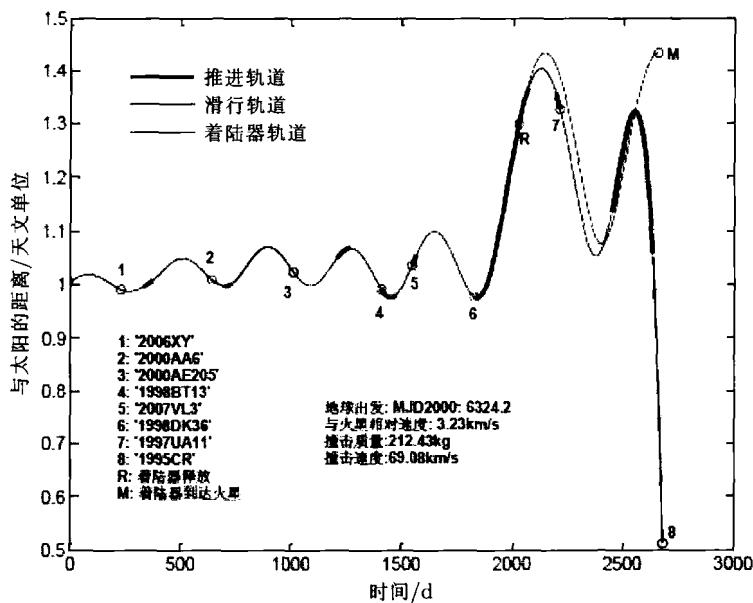


图 7 第 2 名设计结果的 R-T 图 (距离-时间图)

#### 4.3 第 3 名 (中国科学院空间科学与应用研究中心) 的设计结果如图 8, 图 9 所示

采用了电推进方式, 推力在 0.2 N 和零 (关机状态) 之间切换, 没有介于 0~0.2 N 之间的推力状态。将问题分为搜索和优化两个步骤。首先搜索着陆器抛射前的轨道, 然后在此基础上搜索多个小天体飞越轨道, 采用了相位搜索方法, 在搜索过程中采用了并行计算技术。着陆器设定为 460 kg, 设

计者认为还有优化的余地。假设从一个小天体到下一个小天体的轨道由一个推力段和一个滑行段组成, 形成燃耗最小的优化问题, 采用混合法建立了非线性优化问题。全程没有采用行星引力辅助。优化问题分为内环和外环, 内环采用非线性优化算法 IPOPT, 优化参数为每个轨道段的初始态变量和推进时间; 外环采用非线性优化算法 SNOPT, 优化参数为飞越小天体的时刻。

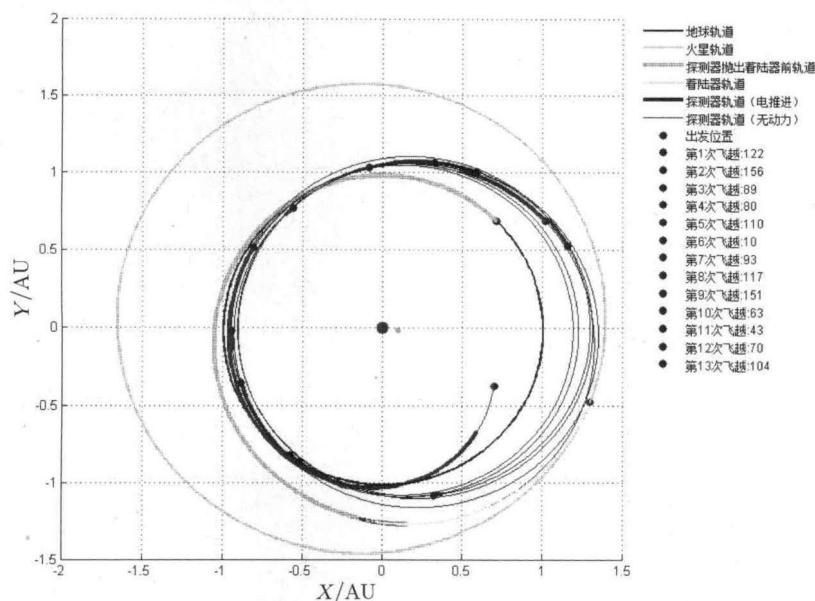


图 8 第 3 名设计的飞行轨道在黄道面的投影 (此图引自该队提交的技术文档)

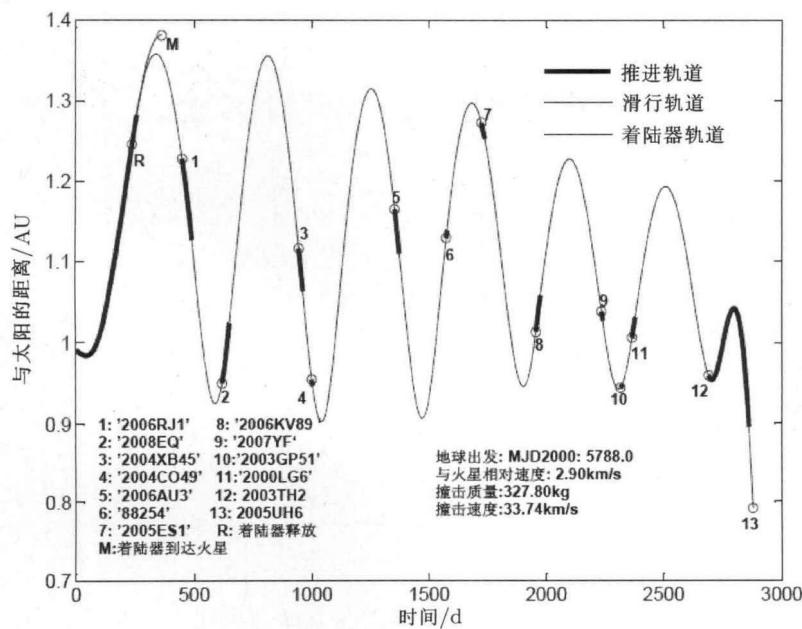


图 9 第 3 名设计结果的 R-T 图 (距离-时间图)

#### 4.4 第 4 名 (南京大学天文系 & 中国科学院紫金山天文台) 的设计结果如图 10, 图 11 所示

对于 2015 年 1 月 1 日 ~ 2020 年 12 月 31 日的发射窗口, 等间距选取不同的出发时刻以及地火转移时间, 求出一系列探测器奔火所需要的在地球出发时刻的变轨速度脉冲, 选取其中较小的若干组数据, 以进行后续的小天体探测。在每组数据所对应的地球出发时刻, 在地球处进行第一次变轨, 使其飞向火星, 探测器飞行一段时间后将着陆器抛出。对于飞越第一颗小天体, 以下一次的变轨时刻、飞越小天体的序号

以及飞越此小天体的时刻为变量进行搜索, 权重为飞行时间和变轨耗能相关的变量, 得到第一颗探测的小天体标号及飞越时刻, 然后按照上述过程进行下一颗小天体的探测, 直到超出飞行时间或剩余质量不满足约束。需要说明的是选取最后一颗小天体时 (即撞击的小天体) 所采用的权重为撞击动能, 即撞击动能最大化。由于之前的结果仅仅是探测每颗小天体的局部优化, 因此利用遗传算法将上述结果进行优化, 优化结果均比相应的结果要好一些, 但不引起量级上的变化。

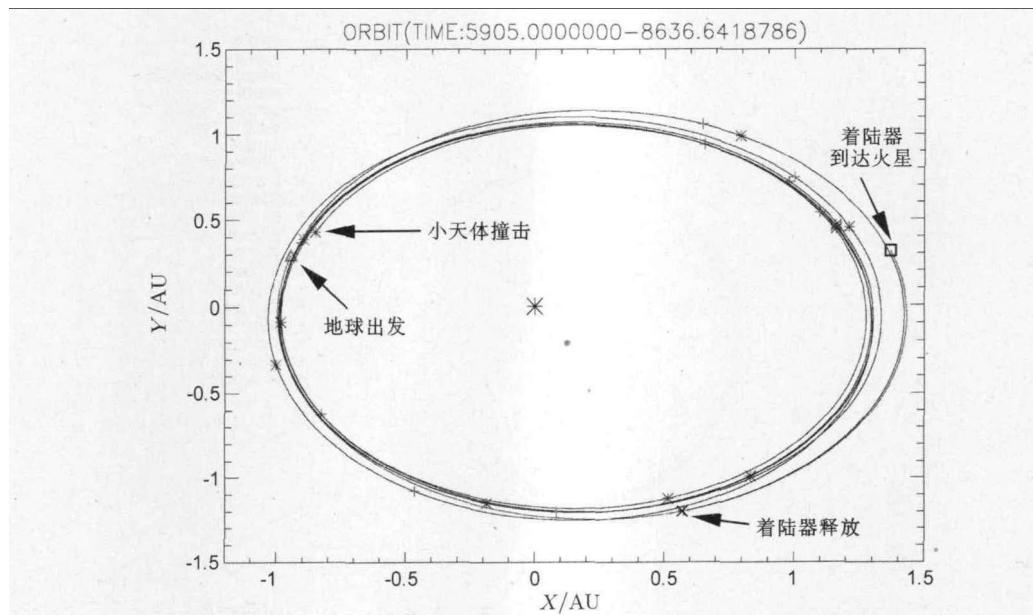


图 10 第 4 名设计的飞行轨道在黄道面的投影(此图引自该队提交的技术文档)

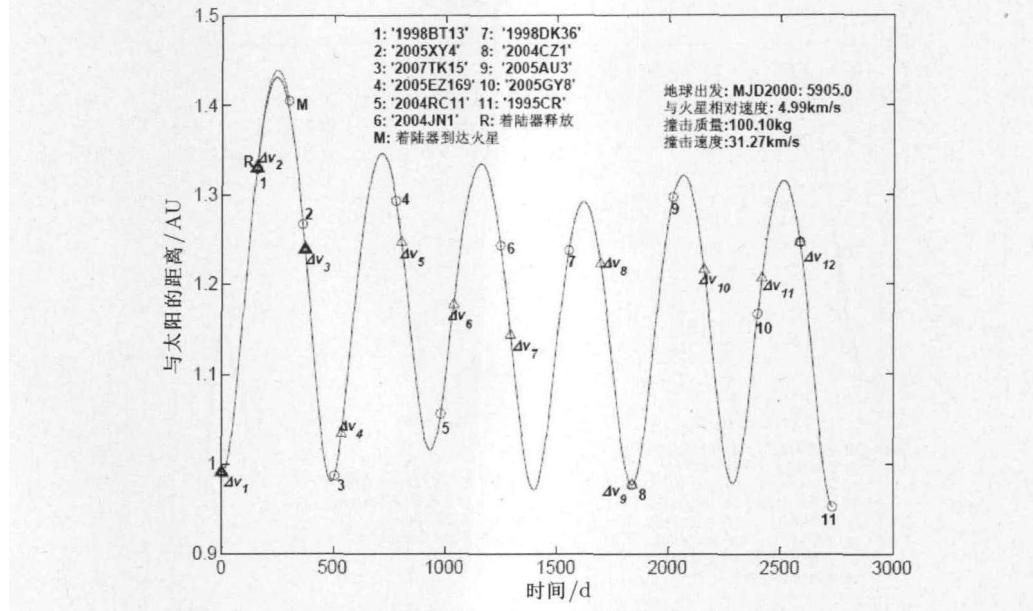


图 11 第 4 名设计结果的 R-T 图(距离-时间图)

### 主要设计参数

表 2 列出了各设计结果的主要设计参数(没有包含 3 个性能指标参数), 方便深入比较和分析.

### 5 从设计结果获得的启示

根据各参赛队的设计结果, 可以看出火星 / 小天体探测的飞行方案具有一定的可行性, 当然, 目前的设计结果还没有考虑诸多工程约束. 但是, 根据各队的设计结果可以推断, 着陆器的质量可以在几百公斤, 飞越的小天体能够达到 10 余颗. 如果将总飞行时间缩短到 5 年内, 估计也能飞越 5~10 颗小天体, 携带 100 kg 以上的火星着陆器. 这样的探测目标对于一次深空飞行同时探测火星和近地小天体是具有

吸引力的, 值得进一步深入设计和论证. 我们也呼吁国家相关部门能够早日开展火星和近地小天体探测计划.

竞赛的前 3 名均选择电推进方式, 这在一定程度上显示了以电推进为主推进的航天器在深空探测中的优势. 自从深空 1 号在 1998 年首次成功验证电推进航天器<sup>[11]</sup>, 采用电推进作为主推进的深空探测器还为数不多, 但是各航天大国都在加紧推广它的应用, 这也是值得我国深空探测计划高度重视的先进技术. 然而, 电推进航天器的飞行轨道无法应用速度脉冲方法来设计. 在这次竞赛中, 不同队伍求解小推力转移轨道的方法不同, 所用到的方法包括间接法、直接法、混合法等, 而且 3 个参赛队都考虑了推力的开关问题.

很多数参赛队伍都应用了求解 Lambert 问题<sup>[10]</sup> 的方

表 2 主要设计参数

设计 结果	出发时刻 (MJD2000)	总任务 时间 /d	着陆器释放 / 到达时刻 (MJD2000)	火星相 对速度 / (km·s <sup>-1</sup> )	撞击 质量 / kg	撞击 速度 / (km·s <sup>-1</sup> )	撞击 目标
第 1 名	5920	2758	6630/6969	3.59	187.22	119.34	1995CR
第 2 名	6324	2681	8352/8981	3.23	212.43	69.08	1995CR
第 3 名	5788	2900	6026/6151	2.90	327.80	33.74	2005UH6
第 4 名	5905	2731	6060/6204	4.99	100.10	31.27	1995CR
第 5 名	6255	2429	6461/6947	3.28	159.54	70.77	1995CR
第 6 名	6711	2901	6711/6946	3.05	100.10	30.47	88254
第 7 名	6723	2052	6724/6948	3.30	101.00	24.09	1997US2
第 8 名	6334	2872	6700/6898	3.01	100.00	23.00	2005XY4
第 9 名	7023	2657	7670/7670	3.82	138.22	14.24	11284
第 10 名	5906	1674	6205/6205	5.00	104.15	20.50	2003UX34
第 11 名	6738	2911	6738/6944	3.38	154.52	24.27	101869
第 12 名	5478	1374	6702/6702	4.50	161.15	32.77	2005UH6

法, 这说明 Lambert 问题在轨道设计问题上有其特有的重要性。即使采用电推进, Lambert 问题求解结果也可以用来初步确定小天体目标的飞越顺序。求解 Lambert 问题实际上得到了双脉冲变轨(初始和末端时刻施加脉冲)的结果。实际上, 速度脉冲可以在任意时刻施加, 有些队伍也采用轨道段中途施加速度脉冲的方式。

在确定小天体飞越顺序的问题上, 若干队伍都采用了特定的搜索算法, 如枚举法、分支定界法等。即使所用方法相似, 各参赛队获得了几乎完全不同的结果, 即飞越小天体的个数、飞越的目标及顺序。小天体飞越问题类似于运筹学中经典的“旅行商”问题, 可以归结为一个组合优化问题, 是否可以借鉴已有的方法值得进一步研究。

采用行星引力辅助可以节省了大量工质消耗, 无论变轨方式是采用小推力还是速度脉冲。在本次竞赛中, 共有 5 支参赛队采用了一次或多次的行星引力辅助, 从设计结果来看, 行星引力辅助显著地提高了各项性能指标。然而, 各队确定行星飞越的顺序和次数的方法却不尽相同, 如何寻找一个最优的行星飞越顺序仍是一个值得深入研究的问题。

在设计过程中的不同阶段, 各参赛队伍都采用了优化算法, 包括梯度算法(如顺序二次型规划法)以及智能优化算法(如遗传算法、粒子群算法、微分进化算法等)。总的来说, 梯度算法和智能算法各有优势, 本文难以评价孰优孰劣, 如何将各种优化算法更好地应用于轨道设计仍是一个没有定论的问题。

最后需要说明的是, 本次竞赛题目毕竟是按照组办方的思路提出的, 组办方也考虑了众多的因素以尽量完善题目的合理性, 但是难免还有认识和理解上的缺失, 也无法百分之百地保证实际的题目能够与出题初衷相匹配。总之, 通过 12 个有效设计结果和若干思路和方法的交流, 有利于我们更为深入地认识和理解深空轨道优化设计问题的内涵, 这也是举办竞赛之初衷, 而非只注重设计结果的排名。第三届全国深空轨道设计竞赛, 将于 2011 年由清华大学航天航空学院和北京航天飞行控制中心联合举办, 努力为推动我国深空探测事业的发展做出贡献。

**致谢** 首先, 对所有的报名参赛队伍的大力支持表示衷心的感谢! 对以下提交有效设计结果的大学与科研院所表示特别感谢: 清华大学航天航空学院、国防科技大学航天与材

料工程学院军事航天系、中国科学院空间科学与应用研究中心、南京大学天文系、中国科学院紫金山天文台、哈尔滨工业大学航天学院航天工程系、北京航空航天大学宇航学院、兰州大学数学与统计学院、解放军信息工程大学测绘学院、北京航天飞行控制中心、西安交通大学电信学院。

## 参 考 文 献

- Golombek MP, Cook RA, Economou T, Folkner WM, Haldemann AFC, Kallemyer PH, Knudsen JM, Manning RM, Moore HJ, Parker TJ, Rieder R, Schofield JT, Smith PH, Vaughan RM. Overview of the Mars Pathfinder Mission and Assessment of Landing Site Predictions. *Science*, 1997, 278(5344): 1743-1748
- Roncoli RB, Ludwinski JM. Mission Design Overview for the Mars Exploration Rover Mission. AIAA Paper 2002-4823, August 2002
- Beagle 2: <http://www.beagle2.com/>, 2010-6-9 引用.
- Way DW, Powell RW. Mars Science Laboratory: Entry, Descent, and Landing System Performance. 2006 IEEE Aerospace Conference, Big Sky, MT, USA, 2006
- Kersteina L, Bischofa B, Renkena H, et al. Micro-mars: A low-cost mission to planet mars with scientific orbiter and lander applications. *Acta Astronautica*, 2006, 59: 608-616
- Neverka J, Farquhar B, et al. The landing of the NEAR-Shoemaker spacecraft on asteroid 433 Eros. *Nature*, 413, 27, September 2001
- Kawaguchi J, Uesugi K, Fujiwara A. The MUSES-C Mission for the Sample and Return- Its Technology Development Status and Readiness. *Acta Astronautica*, 2003, 52: 117-123
- Russell CT, Capaccioni F. Dawn discovery mission to vesta and ceres: present status. *Advances in Space Research*, 2006, 38: 2043-2048
- 王树云, 何胜茂, 高扬. 小推力取样返回轨道的全局优化. 深空探测研究, 2010, 8(1): 1-7
- Battin RH. An introduction to the mathematics and methods of astrodynamics. *AIAA Education Series*, 1987: 295-325
- Rayman MD, Williams SN. Design of the first interplanetary solar electric propulsion mission. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2002, 39(4): 589-595