

第八届全国空间轨道设计竞赛乙组题目描述

沈红新¹ 李昭² 曹静 李恒年

西安卫星测控中心宇航动力学国家重点实验室

1. 任务概述

题目背景设定为对地面多目标点观测的卫星规划和调度任务,采用现有卫星轨道机动与设计新型卫星星座相结合的方式,实现对地面给定区域中多个目标点的观测,尽可能保证重访频率和区域覆盖的均匀性。现有卫星的轨道数据见文件 sat-ephem-ctoc8yi.txt,历元时刻为 UTC (协调世界时) 2020 年 1 月 1 日 0 时。自行设计的卫星轨道根数可以任意选择,但轨道高度需满足约束(见后文)。给定地面目标点的位置用经纬度组合表示,即 $(\lambda_{ij}, \phi_{ij}) = (110 + i, 8 + j)$, 单位为度,其中 $i = 0, 1, \dots, 14$; $j = 0, 1, \dots, 14$, 共计 225 个均匀分布的目标点。

在规定的区间 2020 年 1 月 1 日 0 时至 2020 年 1 月 7 日 24 时内,允许调度现有卫星和自行设计的新卫星实现对上述地面目标观测。当任意一颗可调度卫星星下点和某一地面目标点的球面距离小于 40 km 时,认为观测到该目标点 1 次。星下点与目标点距离计算方法见附录 B。要求在新增卫星个数最少的条件下,实现对上述 225 个地面目标点的最大重访间隔均小于 1 小时的目标。

2. 卫星系统参数及动力学

已提供卫星每颗卫星总质量假设为 2300 kg,其中燃料 300 kg。卫星的推进系统采用大推力的化学推进,推进比冲 390 s,每次推进简化为瞬时速度脉冲,每次速度脉冲的大小和方向需要优化选取,施加速度脉冲的次数没有限制,但每颗卫星相邻两次脉冲控制时间间隔不小于 0.5 天。新增卫星不提供任何机动能力。

所有卫星仅考虑地球中心引力场以及 J_2 项摄动的作用,轨道动力学模型及相关常数见附录 A,但计算卫星轨道高度和星下点时假设地球为圆球。所有卫星轨道高度在 500 km 至 1000 km 之间。

3. 性能指标与评判规则

各队设计结果需要在竞赛截止日期之前提交,并且没有违反任何约束条件,严重违反约束条件或在截止日期之后提交的结果不进入排名。是否严重违反约束条件由竞赛组办方根据实际情况审定。

设计者需利用现有卫星并设计最少个数的新卫星,对给定目标点进行观测,需要满足对任意给定目标点的最大重访间隔均小于 1 小时。任意给定目标点的最大重访间隔定义为

$$F = \max_{q=1}^{G_p+1} \{\Delta t_{pq}\} < 1 \text{ hour}, p = 1, 2, \dots, 225, \text{ 其中 } G_p \text{ 为所有卫星对第 } p \text{ 个目标点的总观测次数, 重}$$

访问间隔个数为 $G_p + 1$, Δt_{pq} 为对第 p 个目标点的第 q 个重访问间隔。

重访问间隔定义为某一目标点相邻两次被观测(任意一颗给定卫星或者自行设计卫星都可以观测)的时间间隔,也就是下一次观测的开始时间和本次观测的结束时间作差,如果相邻两次观测时间区间有重叠,就认为重访问间隔时间是 0。初始时刻到第一次被观测的起始时间

¹ Email: shxnudt@163.com, Tel: 13299070085

² Email: lizhao618@126.com, Tel: 15652919306

定义为第一个重访问隔,最后一次被观测的结束时间到终端时刻的时间定义为最后一个重访问隔,如果观测时刻与初始(终端)时刻重合,则第一个(最后一个)重访问隔视为0。

优化的性能指标是新增卫星个数最少,若新增卫星个数相同,以结束任务时现有30颗卫星剩余燃料总和多者为优,若剩余燃料也相同,以所有目标点最大重访问隔的最大值小者为优。

4. 约束条件与说明

(1) 总任务时间约束

所有卫星的调度任务必须在7天之内完成。起止时间为UTC 2020年1月1日00:00至2020年1月7日24:00。

(2) 观测目标距离约束

所有卫星仅在星下点和目标点距离小于40km时可对该目标点进行观测。

(3) 最大重访问隔约束

任意目标点的最大重访问隔小于1小时。

(4) 脉冲机动时间间隔约束

现有卫星相邻两次机动的时间间隔不小于0.5天。

(5) 燃料约束

每颗现有卫星携带300kg燃料。新增卫星不机动,也可以认为没有燃料。

(6) 飞行高度约束

在任务时间区间内的任意时刻,所有卫星轨道高度需在500~1000km之间。

5. 结果提交要求

(1) 以word形式提供一份技术文档。技术文档中需要介绍所用的方法并列出设计结果,设计结果中至少应包含如下参数:每个目标点的经纬度和最大重访问隔,所有目标点最大重访问隔的最大值,新增卫星个数,任务结束时现有卫星分别剩余的燃料及其总和。同时,参赛团队需要提供轨道演示图和最大重访问隔随经度/纬度的变化图。

(2) 以文本文件形式(格式及单位参见ctoc8yi_traj_format.txt)给出现有卫星的轨道数据,文件名为traj.txt。仅列出每次施加脉冲时刻的状态,按顺序从第1列到第15列给出(各列用制表符分隔):

- 卫星编号
- 时刻(相对于任务起始时刻UTC 2020年1月1日0时起算,单位s)
- 位置坐标(J2000地心惯性坐标系, x, y, z三个方向,单位km)
- 变轨前速度坐标(J2000地心惯性坐标系, x, y, z三个方向,单位km/s)
- 变轨后速度坐标(J2000地心惯性坐标系, x, y, z三个方向,单位km/s)
- 变轨速度脉冲(J2000地心惯性坐标系, x, y, z三个方向,单位km/s)
- 变轨后卫星质量(单位kg)

轨道数据文件按卫星分组,卫星分组格式见附件。

(3) 以文本文件形式(格式及单位参见ctoc8yi_newsats_format.txt)给出新增卫星在UTC 2020年1月1日0时的轨道根数,文件名为newsats.txt。按顺序从第1列到第7列给出(各列用制表符分隔):

- 卫星编号(NEWSAT_No.,例如NEWSAT_1)
- 半长轴(单位km)
- 偏心率
- 倾角(单位deg)

- 升交点赤经 (单位 deg)
- 近地点幅角 (单位 deg)
- 平近点角 (单位 deg)

(4) 以文本文件形式 (格式及单位参见 ctoc8yi_obs_format.txt) 给出观测数据, 文件名为 obs.txt。每一行代表对某目标点的一次观测, 按顺序从第 1 列到第 6 列给出 (各列用制表符分隔):

- 对此目标点的观测序号 k
- 观测目标点经度 (单位 deg)
- 观测目标点纬度 (单位 deg)
- 第 k 次观测开始时刻 (单位 s)
- 第 k 次观测结束时刻 (单位 s)
- 观测目标的卫星编号

其中观测时刻相对于任务起始时刻 UTC 2020 年 1 月 1 日 0 时起算。观测事件按目标点分组, 分组格式见附件。

附录 A 卫星动力学模型

描述卫星运动选择 J2000 地心赤道惯性坐标系 (简称惯性系) 为参考坐标系, 卫星视为质点, 它们的位置速度均表示在惯性系中。描述星下点和目标点距离时则采用地固坐标系。卫星运动中只考虑地球的中心引力及 J_2 项摄动, 其他摄动力不考虑。

化学推进方式近似为瞬时速度脉冲, 设任意一次的速度脉冲在惯性系中的三分量为 Δv_x 、 Δv_y 、 Δv_z , 速度脉冲前后时刻设为 t^- 、 t^+ , 探测器的位置速度和质量变化满足如下方程:

$$x(t^+) = x(t^-), \quad y(t^+) = y(t^-), \quad z(t^+) = z(t^-)$$

$$\dot{x}(t^+) = \dot{x}(t^-) + \Delta v_x, \quad \dot{y}(t^+) = \dot{y}(t^-) + \Delta v_y, \quad \dot{z}(t^+) = \dot{z}(t^-) + \Delta v_z$$

$$m(t^+) = m(t^-) \exp\left(-\frac{\Delta v}{g_0 I_{sp}}\right), \quad \Delta v = \sqrt{\Delta v_x^2 + \Delta v_y^2 + \Delta v_z^2}$$

其中 I_{sp} 为化学推进发动机比冲。

当没有施加速度脉冲时, 卫星绕地球运动, 考虑地球 J_2 项摄动, 动力学方程如下:

$$\ddot{x} = -\frac{\mu_E}{r^3} x + A_{J_2} \mu_E \left(15 \frac{xz^2}{r^7} - 3 \frac{x}{r^5} \right)$$

$$\ddot{y} = -\frac{\mu_E}{r^3} y + A_{J_2} \mu_E \left(15 \frac{yz^2}{r^7} - 3 \frac{y}{r^5} \right)$$

$$\ddot{z} = -\frac{\mu_E}{r^3} z + A_{J_2} \mu_E \left(15 \frac{z^3}{r^7} - 9 \frac{z}{r^5} \right)$$

$$\dot{m} = 0$$

其中 $A_{J_2} = 1/2 J_2 R_E^2$, $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, J_2 和 R_E 取值见附录 C。

附录 B 星下点与目标点距离计算模型

在计算卫星轨道高度和星下点时假设地球为半径 6378 km 的圆球。卫星星下点位置矢量在地固系的投影可由下式获得

$$\tilde{\mathbf{r}} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = R_E \begin{bmatrix} \cos\lambda_G & \sin\lambda_G & 0 \\ -\sin\lambda_G & \cos\lambda_G & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \frac{\mathbf{r}_{\text{ECI}}}{\|\mathbf{r}_{\text{ECI}}\|}$$

其中 λ_G 为某时刻的格林尼治恒星时， \mathbf{r}_{ECI} 表示卫星位置矢量在惯性系中的投影， R_E 为地球半径。

目标点位置矢量在地固系中的投影为

$$\mathbf{r}_{\text{target}} = R_E \begin{bmatrix} \cos\lambda_j \cos\phi_j & \sin\lambda_j \cos\phi_j & \sin\phi_j \end{bmatrix}^{-T}$$

其中 λ_j 和 ϕ_j 表示目标点经纬度。卫星星下点的位置矢量与目标点位置矢量之间的夹角

$$\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{\tilde{\mathbf{r}} \bullet \mathbf{r}_{\text{target}}}{\|\tilde{\mathbf{r}}\| \|\mathbf{r}_{\text{target}}\|} \right)$$

星下点与目标点的球面距离可表示为

$$d = \alpha R_E$$

计算时间时忽略 UTC 和 UT1（世界时）的差别。UT1 为某年某月某日（*yr/mon/day*），某时某分某秒（*hr/min/sec*）时的儒略日计算公式（单位，day）为

$$JD = 367 \text{ yr} - INT \left\{ \frac{7 \left[\text{yr} + INT \left(\frac{\text{mon} + 9}{12} \right) \right]}{4} \right\} + INT \left(\frac{275 \text{ mon}}{9} \right) + 1721013.5 + \text{day} + \frac{1}{24} \left[\frac{1}{60} \left(\frac{\text{sec}}{60} + \text{min} \right) + \text{hr} \right]$$

式中，*yr*、*mon*、*day* 为位于下列范围内的整数

$$1901 \leq \text{yr} \leq 2099$$

$$1 \leq \text{mon} \leq 12$$

$$1 \leq \text{day} \leq 31$$

$INT(x)$ 表示只保留 x 的整数部分（即向零取整）的函数。Matlab 程序见附件 `jday.m`。

令 T 为相对于 2000 年 1 月 1 日 12 时（UT1）的儒略世纪数，即

$$T = \frac{JD - 2451545.0}{36525.0}$$

儒略日 JD 时的格林尼治恒星时可通过下式表示（单位，deg）

$$\lambda_G = \frac{360}{86400} \left[-6.2 \times 10^{-6} T^3 + 0.093104 T^2 + (876600.0 \times 3600.0 + 8640184.812866) T + 67310.54841 \right]$$

此方程得出的值可能会在 $0^\circ \leq \lambda_G < 360^\circ$ 范围之外。当在范围之外时，应将所得值适当的加上

或者减去 360 的整数倍，使得 $0^\circ \leq \lambda_G < 360^\circ$ 。Matlab 程序见附件 `gstime.m`。

附录 C 常数定义

地球海平面重力加速度： $g_0 = 0.00980665 \text{ km/s}^2$

一天： $1 \text{ day} = 86400 \text{ s}$

地球半径 R_E ：6378 km

地球引力常数 μ_E : $398600 \text{ km}^3/\text{s}^2$

地球摄动项系数 J_2 : $1082.3\text{e-}6$